

CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA

1. OBJETIVOS

Estudiar el comportamiento de los elementos básicos en los circuitos de corriente alterna y determinar los parámetros del circuito.

2. MATERIALES

- Osciloscopio
- Multímetro
- Resistencia
- Inductor
- Capacitor
- Cables de conexión

3. TEORÍA

Los circuitos de corriente alterna constituyen un tema de suma importancia para la ciencia y la tecnología, por muchas razones, entre las cuales podemos destacar: 1) la casi totalidad de la energía eléctrica que se genera en todo el mundo para las industrias y uso doméstico es de este tipo. 2) Cualquier corriente, por complicada que sea su variación en el tiempo, puede ser analizada como una superposición de corrientes senoidales de diferentes frecuencias (análisis de Fourier).

Un generador de CA opera mediante la rotación de una bobina de alambre dentro de un campo magnético a velocidad angular constante, ω . Se induce una fuerza electromotriz (fem) que varía con el tiempo en forma sinusoidal:

$$V(t) = V_m \text{sen } \omega t \quad (1)$$

Donde V_m es el voltaje máximo o valor pico (figura 1) y $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular, siendo f la frecuencia expresada en Hertz.

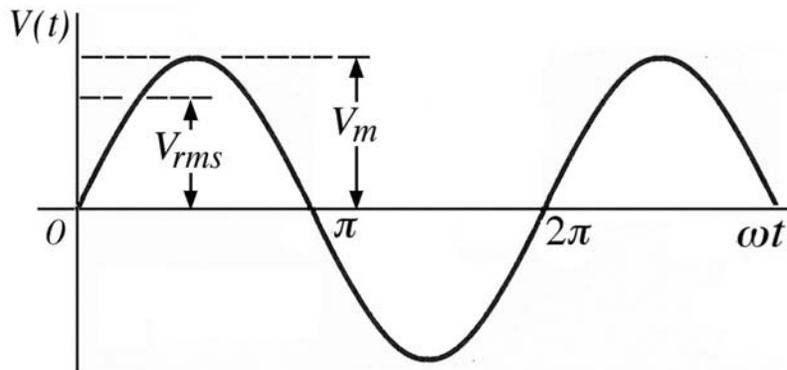


Figura 1: Valor eficaz V_{rms} del voltaje alterno

Resulta interesante preguntarse: ¿cuál es el valor del voltaje o de la corriente alterna que determina el ritmo de generación de calor en una resistencia, es decir, el valor que equivale al de una corriente continua en el efecto de calentamiento? Este es el llamado *valor eficaz* o *rms* (raíz cuadrática media) y podemos demostrar que equivale al valor máximo dividido por la raíz cuadrada de 2:

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

En las especificaciones de voltaje de una fuente alterna, siempre se hace referencia al voltaje eficaz o rms. Así, cuando decimos que el voltaje de la red doméstica es de 110 voltios, esto corresponde a un voltaje pico de 156 V, es decir 110 V multiplicado por la raíz cuadrada de 2. Por otra parte, es importante indicar que los voltímetros y amperímetros de corriente alterna lo que miden son valores eficaces.

Diagramas de fasores:

Una manera práctica de representar y visualizar el comportamiento relativo de la corriente y el voltaje alterno en un circuito es mediante un *diagrama de fasores*.

Un *fasor* es un vector que gira con una frecuencia angular constante ω , en el sentido contrario a las agujas del reloj (figura 2), y tiene las siguientes propiedades:

- 1) Su módulo es proporcional al valor máximo de la cantidad representada.
- 2) Su proyección sobre el eje vertical da el valor instantáneo de dicha cantidad.

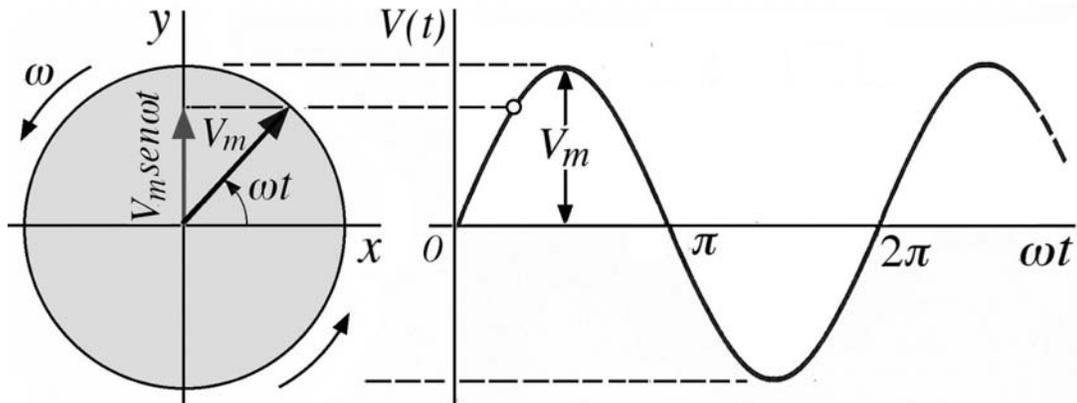


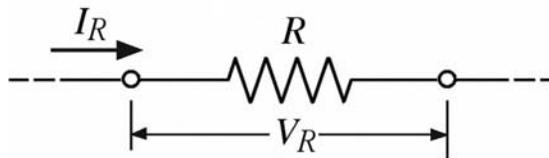
Figura 2: Representación fasorial de un voltaje alterno

En un circuito de corriente alterna que consiste de una combinación de elementos: generador, resistencia, inductor y condensador, la descripción fasorial proporciona una visión geométrica clara del papel de cada uno de estos elementos en el circuito, como veremos a continuación.

3a. Elemento resistivo: Consideremos una resistencia como único elemento de un circuito, de modo que la caída de potencial (voltaje) a través de ella es:

$$V_R = V_m \text{sen} \omega t \quad (3)$$

donde V_m es el voltaje máximo.



La corriente en la resistencia es:

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{V_m \text{sen} \omega t}{R} = I_m \text{sen} \omega t \quad (4)$$

Donde I_m es el valor máximo de la corriente, $I_m = V_m / R$

Las ecuaciones 3 y 4 indican que en una resistencia la corriente I_R y el voltaje V_R alcanzan sus valores cero y pico al mismo tiempo. Luego, *en una resistencia la corriente y el voltaje están en fase*. Sus fasores presentan la misma dirección y sentido rotando con la misma frecuencia angular, ω (Figura 3). Dada esta condición, en lo

sucesivo, será indistinto referirse a I_R o a V_R como elemento de referencia.

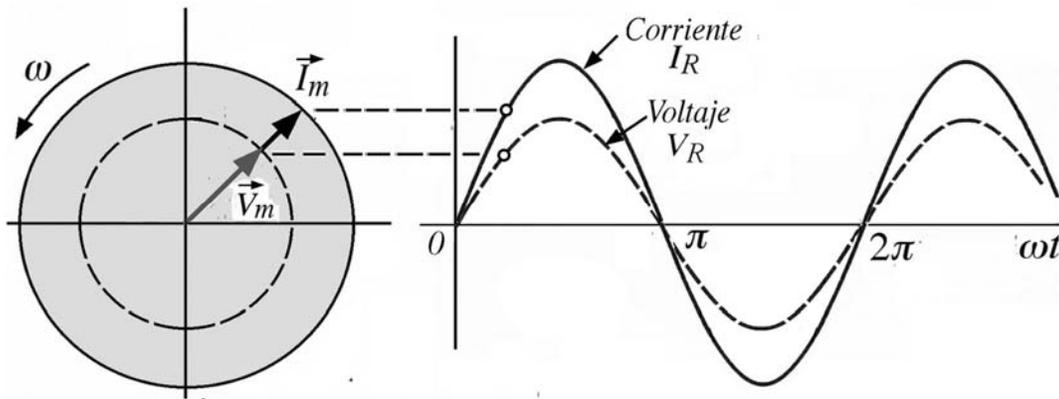
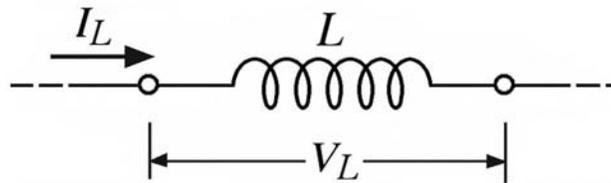


Figura 3: En una resistencia V_R e I_R están en fase

Mientras esto es cierto para una resistencia, veremos a continuación que en los inductores y los condensadores la corriente y el voltaje se desfasan.

3b. Elemento inductivo: Consideremos la parte de un circuito que contiene una inductancia pura L .



El voltaje instantáneo en la autoinducción es,

$$V_L = V_m \text{sen} \omega t$$

y está relacionado con la corriente de acuerdo a la expresión:

$$V_L = V_m \text{sen} \omega t = L \frac{dI_L}{dt} \quad (5)$$

Para obtener la corriente, integramos esta expresión:

$$I_L = \frac{V_m}{L} \int \text{sen} \omega t dt = -\frac{V_m}{\omega L} \text{cos} \omega t$$

Si se utiliza la identidad $\cos(\omega t) = -\text{sen}(\omega t - \pi/2)$, la ecuación anterior puede expresarse de la forma:

$$I_L = \left(\frac{V_m}{\omega L}\right) \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6)$$

Es decir: *En un inductor la corriente se atrasa en 90° con respecto al voltaje, o bien el voltaje se adelanta en $\pi/2$ con respecto a la corriente.*

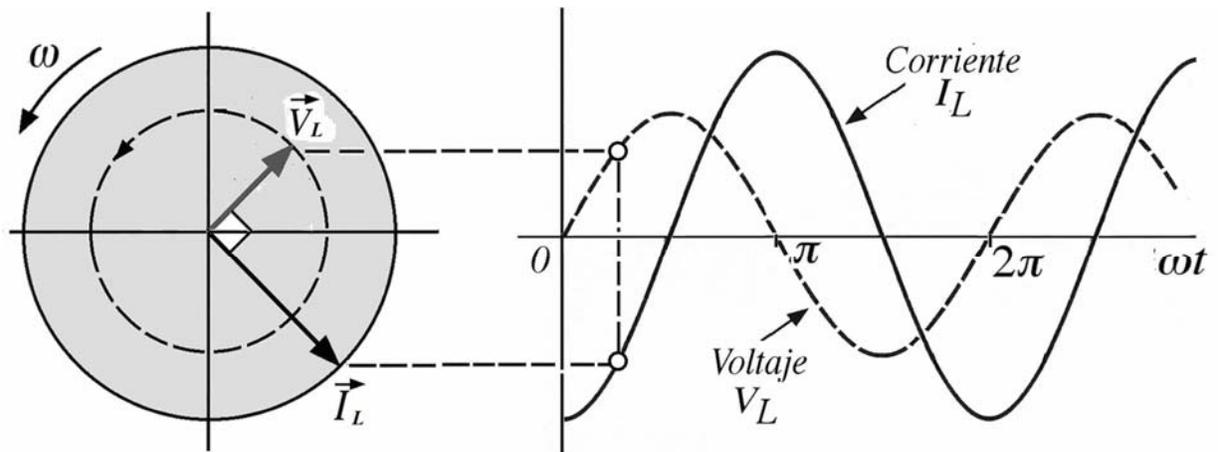


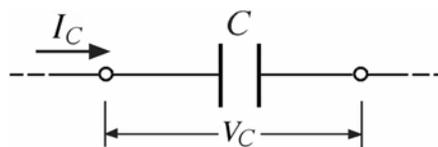
Figura 4: En un inductor I_L se retrasa en 90° con respecto a V_L

La corriente máxima en la inductancia está dada por la relación:

$$I_m = \frac{V_m}{\omega L} = \frac{V_m}{X_L} \quad (7)$$

donde la $X_L = \omega L$ se denomina reactancia inductiva. La reactancia es análoga a la resistencia y se mide en las mismas unidades (ohms)

3c. Elemento capacitivo: Consideremos la parte de un circuito que contiene un condensador C .



Si el voltaje a través del condensador es $V_C = V_m \text{sen} \omega t$, la carga instantánea en las placas es:

$$Q = CV_C = CV_m \text{sen} \omega t$$

Puesto que la corriente en el condensador es la rapidez temporal de la carga en sus placas, se tiene:

$$I_C = \frac{dQ}{dt} = \omega CV_m \cos \omega t$$

Utilizando la identidad trigonométrica $\cos(\omega t) = \text{sen}(\omega t + \pi/2)$, podemos escribir la ecuación anterior en la forma:

$$I_C = \omega CV_m \text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

En conclusión: *En un condensador la corriente se adelanta en 90° al voltaje*, o bien el voltaje en el condensador se retrasa en 90° con respecto a la corriente.

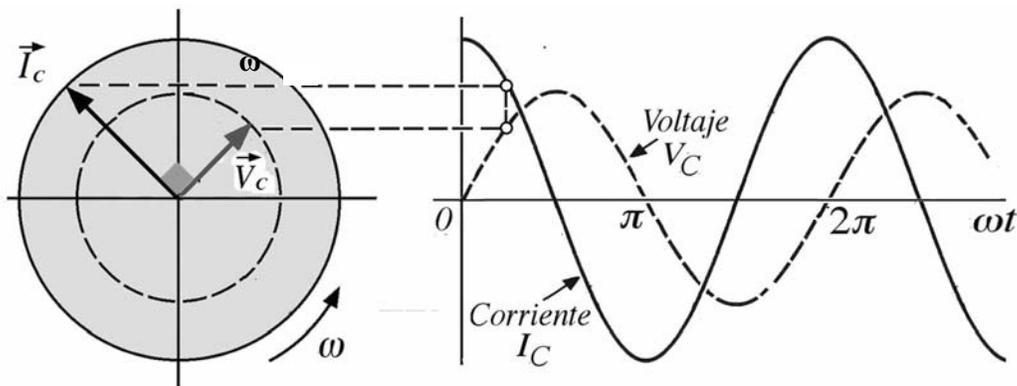


Figura 5: En un condensador la corriente I_C se adelanta en 90° respecto a V_C .

La corriente máxima en el capacitor está dada por la relación:

$$I_m = \omega CV_m = \frac{V_m}{X_C} \quad (8)$$

Donde $X_C = 1/\omega C$ se denomina *reactancia capacitiva* y se expresa también en *ohms*. En general, se puede hablar de la *impedancia* de un circuito para incluir tanto resistencias como reactancias. Podemos resumir los resultados anteriores en la siguiente tabla:

Tabla I

Elemento	Impedancia	Relación de amplitud	Fase de I respecto a V
Resistencia R	R	$V_m = I_m R$	en fase
Inductor L	X_L	$V_m = I_m X_L$	se atrasa en 90°
Capacitor C	X_C	$V_m = I_m X_C$	se adelanta en 90°

3d. Circuito serie R-L-C: En el circuito serie R-L-C, la corriente I en cada elemento es la misma para cualquier instante y el voltaje V_R en la resistencia está en fase con dicha corriente (fig. 3). Por otra parte, el voltaje V_L en el inductor se adelanta a la corriente en 90° (fig.4), mientras que el voltaje V_C en el capacitor se atrasa respecto de la corriente en 90° (fig.5).

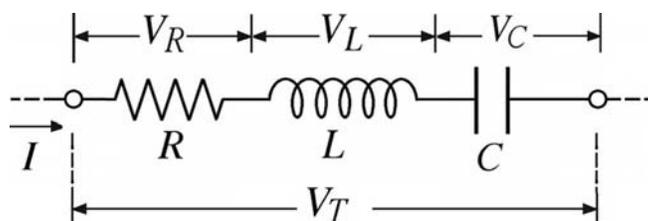


Figura 6

Tomando en cuenta la figura 6 y usando la representación fasorial el voltaje resultante se obtiene mediante la expresión:

$$\vec{V}_T = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C \quad (9)$$

Como indica la figura 7a, los fasores \vec{V}_L y \vec{V}_C apuntan en sentidos opuestos y el fasor resultante entre ellos es la diferencia: $\vec{V}_{LC} = \vec{V}_L - \vec{V}_C$ (Fig. 7b).

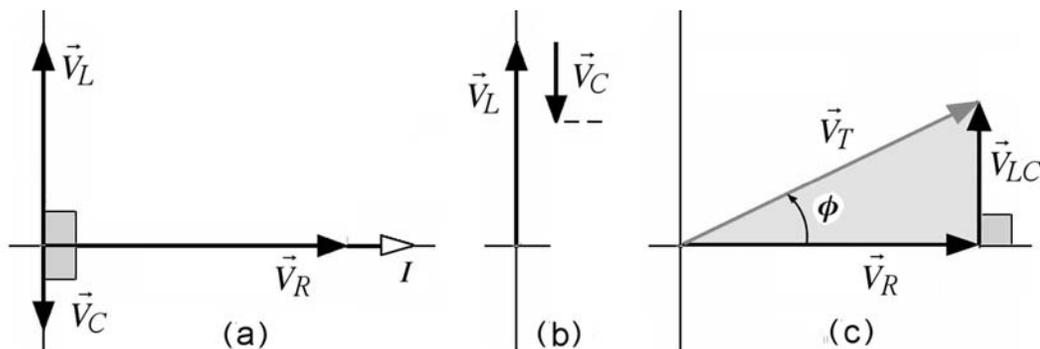


Figura 7

Como en todo instante de tiempo los fasores \vec{V}_{LC} y \vec{V}_R quedan en ángulo recto, fig. 7c, el módulo del fasor voltaje total será:

$$V_T = \sqrt{V_R^2 + V_{LC}^2} = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \quad (10)$$

Sustituyendo $V_R = IR$, $V_L = IX_L$ y $V_C = IX_C$, podemos escribir el voltaje total en términos de la corriente:

$$V_T = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ \quad (11)$$

Donde la impedancia del circuito (en ohms) es:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (12)$$

Y el ángulo de fase entre la corriente y el voltaje viene dado por:

$$\text{tg } \phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (13)$$

ACTIVIDADES PRELIMINARES

a) Construya el *diagrama de fasores* para un *circuito paralelo L-R-C*, mostrando la corriente en cada uno de los elementos: I_R , I_L , I_C , la corriente total I_T y el voltaje V aplicado por la fuente.

b) Demuestre que la *amplitud* de la corriente total suministrada por la fuente es:

$$I_0 = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

c) Demuestre que el *ángulo de fase* entre el voltaje y la corriente total está dado por:

$$\text{tg } \phi = R(\omega C - \frac{1}{\omega L})$$

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

En este experimento disponemos de un tablero con los elementos R , L y C instalados, pero no están conectados entre si (figura 8).

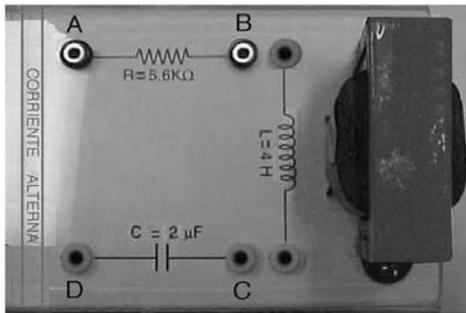


Figura 8: Tablero



Figura 9: Fuente de voltaje

El circuito es alimentado por una fuente de voltaje alterno a la frecuencia de 60 Hz (figura 9)

Para la medida de los voltajes alternos dispondremos: de un *multímetro*, para la medida de los *valores eficaces* y de un *osciloscopio* de *dos canales* que permite monitorear simultáneamente dos señales en función del tiempo, permitiéndonos medir los *voltajes pico* y determinar la *diferencia de fases* entre ellas. Los principios de funcionamiento y características del osciloscopio están descritos en la *Practica 3: El Osciloscopio*.

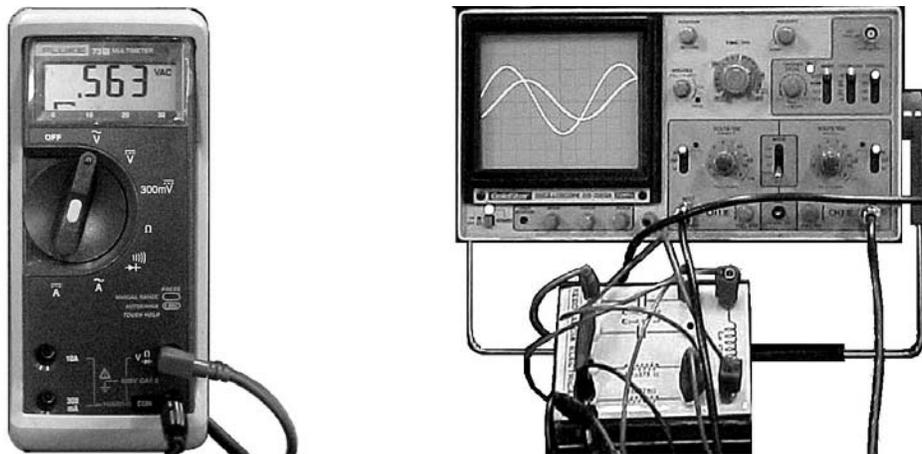


Figura 10: Multímetro y osciloscopio

En la práctica del osciloscopio, *sección B*, se hicieron medidas de la amplitud y se determinó la diferencia de fases entre señales. Ese mismo procedimiento lo aplicaremos en el transcurso de esta práctica.

A. Circuito serie R-L

Circuito serie R-L: Comenzaremos el estudio de un circuito sencillo que consiste de una fuente alimentando una resistencia en serie con un inductor.

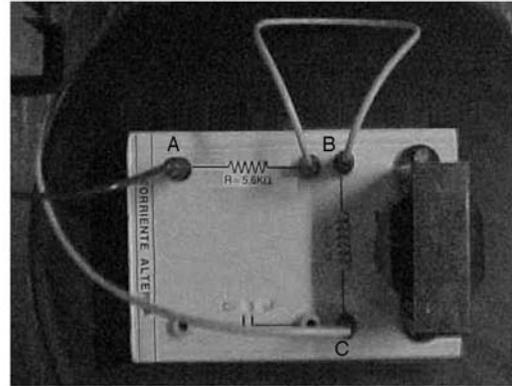
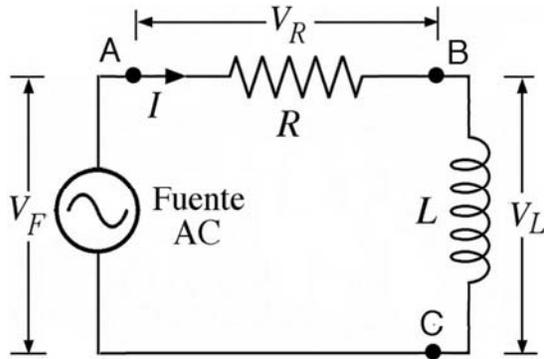


Figura 11: Circuito en serie $R-L$

A1. De acuerdo a la figura 11, en el punto **B**, conecte con un cable un terminal de la resistencia con uno del inductor. Conecte la fuente al terminal de entrada **A** y al terminal del inductor en el punto **C** y, una vez encendida, ajuste su voltaje a un valor próximo a 9 voltios.

A2. Utilice el *multímetro* para medir el *valor eficaz* de los voltajes alternos de la fuente V_F , de la resistencia V_R y del inductor V_L , (Tabla II)

Tabla II

V_F (V)	V_R (V)	V_L (V)

A3. ¿Por qué, el voltaje de la fuente, V_F , *no* es la suma de los valores de las caídas de potencial V_R y V_L , lo cual está en aparente contradicción con la regla de Kirchhoff del circuito cerrado?

A4. Sin modificar el voltaje de salida de la fuente utilizaremos ahora el osciloscopio. Conecte el terminal común de las puntas de prueba del osciloscopio al punto **B**. Conecte la otra punta de prueba **CH1X** al punto **A** y la otra punta de prueba **del CH2Y** al punto **C**, (Fig. 12).

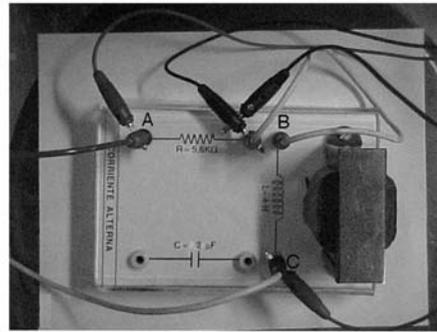
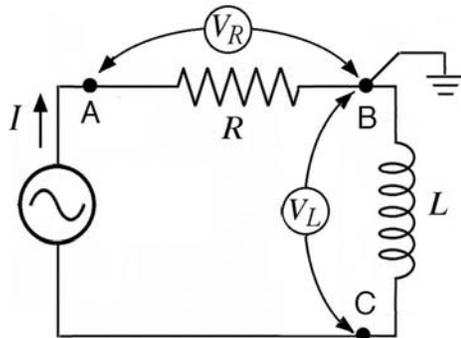
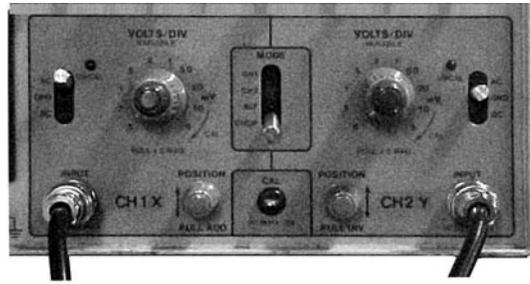


Figura 12

A5. Haga los ajustes necesarios en el osciloscopio para una obtener una señal *simétrica* respecto del eje horizontal en la pantalla. Coloque el suiche TIME/cm en una posición que permita mostrar una onda completa de ambas señales abarcando toda la pantalla. En el osciloscopio deben aparecer señales similares a la de la figura 13.

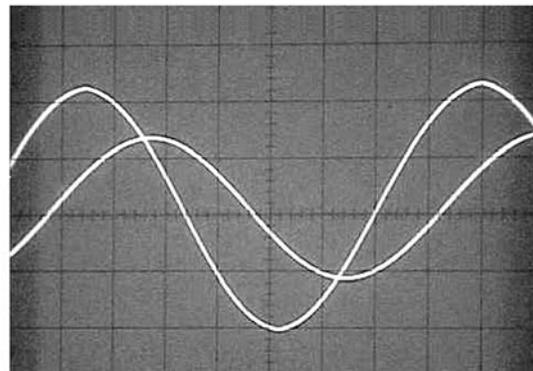
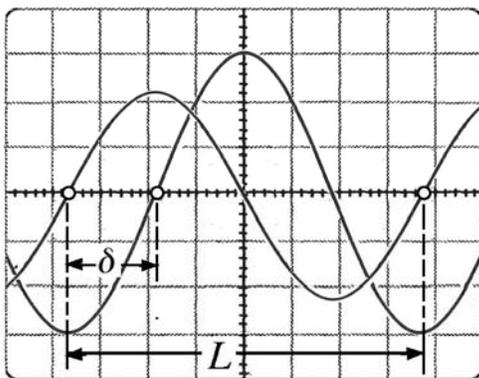


Figura 13

A6. Haga en su hoja de trabajo una figura similar, identifique las ondas y copie en ella las medidas de los valores pico de V_R y V_L , así como los valores δ y L . La diferencias de fase $\Delta\phi$, entre dos señales se determina por el corrimiento δ en comparación con la longitud L de un ciclo, y usando la relación lineal:

$$\Delta\phi = 360^\circ \left(\frac{\delta}{L} \right) \quad (14)$$

Como ejemplo haga el calculo numérico indicado en la figura 13.

Nota:

Para la determinación de las diferencias de fase, es importante tomar en cuenta la polaridad de los voltajes medidos, es decir, en cuáles puntos deben estar colocadas las puntas de prueba.

A7. Mueva el terminal común de las puntas de prueba del osciloscopio al punto **A**. Conecte la otra punta de prueba de **CH1X** al punto **B** y la otra punta de prueba del **CH2Y** en el punto **C**,(Fig.14).

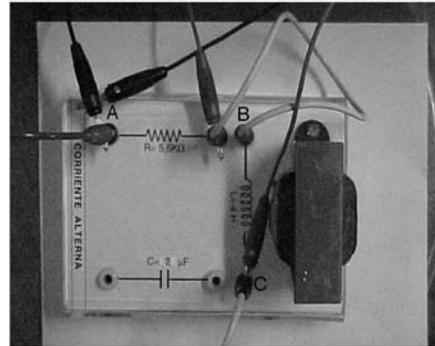
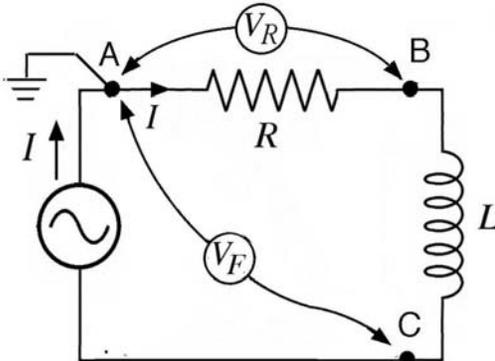


Figura 14

A8. Al igual que en el caso anterior haga una figura similar a la observada, identificando las ondas y copie en ella las medidas de los valores pico de V_R y V_F , así como los valores δ y L medidos. Determine la diferencia de fases entre las ondas observadas. Escriba sus resultados en la tabla **III**:

Tabla III

$V_F(V)$	$V_R(V)$	$V_L(V)$	$\Delta\phi_L$ (grados)	$\Delta\phi_F$ (grados)

Comparando los valores de V_F , V_R y V_L que se tienen en las **Tablas II** y **III**. ¿Existe alguna relación entre ellos? Justifique su respuesta.

Diagrama de Fasores

A9. Según se indica a continuación, en la figura 15, con los voltajes medidos en el osciloscopio, construya el triángulo fasorial. Primero dibuje, a escala, el lado horizontal **ab** correspondiente a \vec{V}_R , usando la misma escala, con un compás, a partir del punto **a**

trace un arco correspondiente a \vec{V}_F y a partir del punto **b**, el arco correspondiente a \vec{V}_L . Los arcos así trazados se interceptarán en el punto **c**.

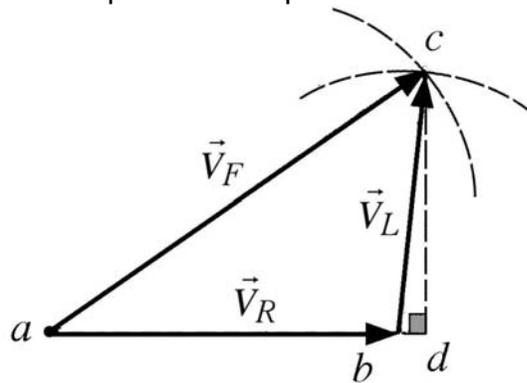


Figura 15

En el triángulo obtenido mida, con un transportador, los ángulos de \vec{V}_F , \vec{V}_L respecto a \vec{V}_R , y compare estos valores con las diferencias de fases medidas en la pantalla del osciloscopio. ¿Existe alguna relación entre ellas? Explique su respuesta.

Usualmente los fasores \vec{V}_L y \vec{V}_R no forman exactamente un ángulo de 90° y el efecto puede ser atribuido a la resistencia interna del inductor. Si este es el caso, el voltaje en el inductor puro es la proyección **cd** de \vec{V}_L en la perpendicular a \vec{V}_R . En la figura 15 hemos ilustrado este efecto

A10. Usando el triángulo anterior, demuestre la siguiente relación para la inductancia L , en términos de la resistencia R y la frecuencia f :

$$L = \left(\frac{cd}{ab}\right) \frac{R}{2\pi f}$$

A11. Mida con el multímetro el valor de la resistencia R y determine a partir de la relación anterior el valor de la inductancia L (en Henrios). En principio, también es posible obtener, a partir de la medida de la longitud del segmento **cd**, la resistencia interna del inductor.

B. Circuito serie R-C

B1. De acuerdo a la figura 16 conecte con un cable los terminales **B** y **C** de la resistencia y el condensador, respectivamente. Conecte la fuente a los terminales de entrada **A** y **D** del circuito.

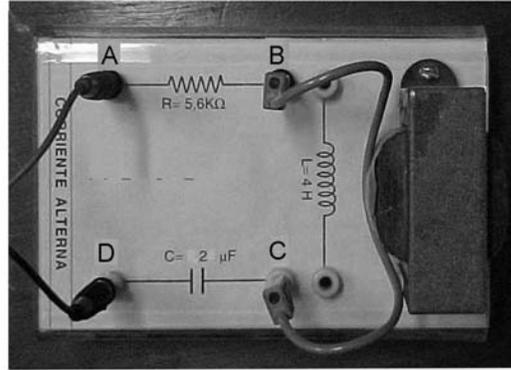
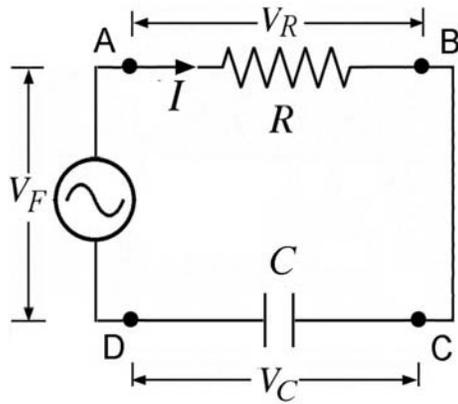


Figura 16

B2. De acuerdo al circuito de la figura 17, conecte el terminal común de las puntas de prueba del osciloscopio al punto **B**. Conecte la otra punta de prueba del **CH1X** al punto **A** y la otra punta de prueba del **CH2Y** al punto **D**. En el osciloscopio deben aparecer las señales correspondientes. Haga en su hoja de trabajo una figura similar, identifique las señales y copie en ella las medidas de los valores pico de V_R y V_C , así como los valores δ y L . Determine la diferencia de fases entre las dos sinusoides.

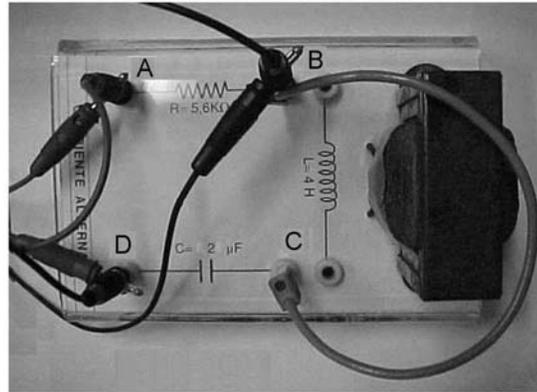
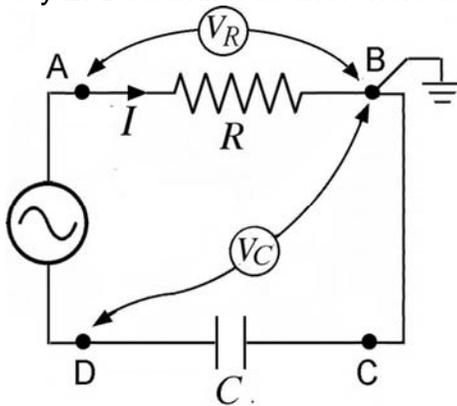


Figura 17

B3. Mueva el terminal común de las puntas de prueba del osciloscopio al punto **A**. Conecte la otra punta de prueba del **CH1** al punto **B** y mantenga la otra punta de prueba del **CH2** en el punto **D**, figura 18. En el osciloscopio deben aparecer las señales correspondientes, haga en su hoja de trabajo una figura similar, identifique las ondas y copie en ella los valores V_R , V_F , δ y L . Determine la diferencia de fases entre las ondas observadas. Escriba sus resultados en la tabla **IV**.

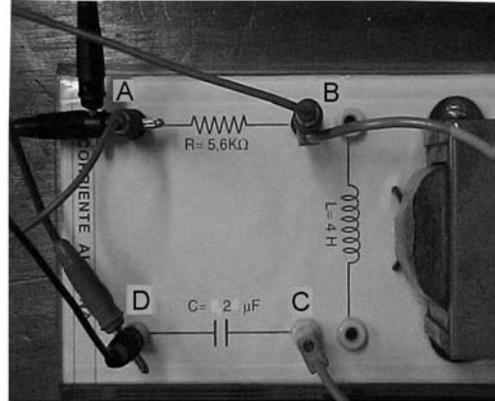
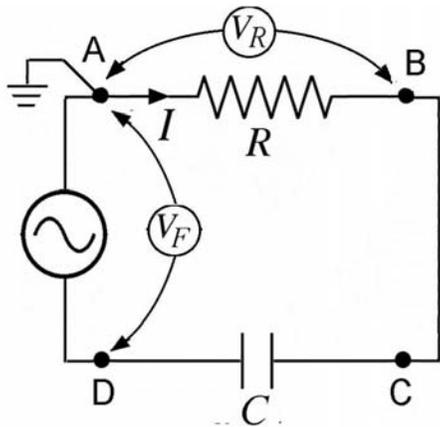


Figura 18

Tabla IV

$V_F (V)$	$V_R (V)$	$V_C (V)$	$\Delta\phi_C$ (grados)	$\Delta\phi_F$ (grados)

B4. Según se indica a continuación (figura 19), con los voltajes medidos en el osciloscopio, construya el triángulo fasorial. Primero dibuje, a escala, el lado horizontal ab correspondiente a \vec{V}_R , usando la misma escala, con un compás, a partir de a trace un arco correspondiente a \vec{V}_F y a partir de b el arco correspondiente a \vec{V}_C . Los arcos así trazados se interceptarán en el punto c .

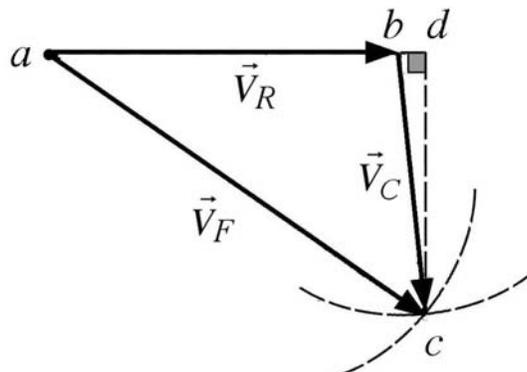


Figura 19

En el triángulo obtenido mida, con un transportador, los ángulos de \vec{V}_F , y de \vec{V}_C respecto a \vec{V}_R . Compare estos valores con las diferencias de fases medidas en la

pantalla del osciloscopio, ¿existe alguna relación entre ellas? Explique su respuesta.

B5. Usando el triángulo anterior, demuestre la siguiente relación para la capacitancia C , en términos de la resistencia R y la frecuencia f :

$$C = \left(\frac{ab}{cd}\right) \frac{1}{2\pi f R}$$

B6. Calcule a partir de la relación anterior el valor de la capacitancia C (en μF)

C. Circuito serie R- L- C

C1. Considere finalmente el circuito en serie R-L-C. Para ello, de acuerdo a la figura 20, en el punto **B** conecte con un cable la resistencia y el inductor. Haga lo mismo con el inductor y el condensador en el punto **C** y cierre el circuito conectando la fuente a los terminales de entrada **A** y **D** del circuito.

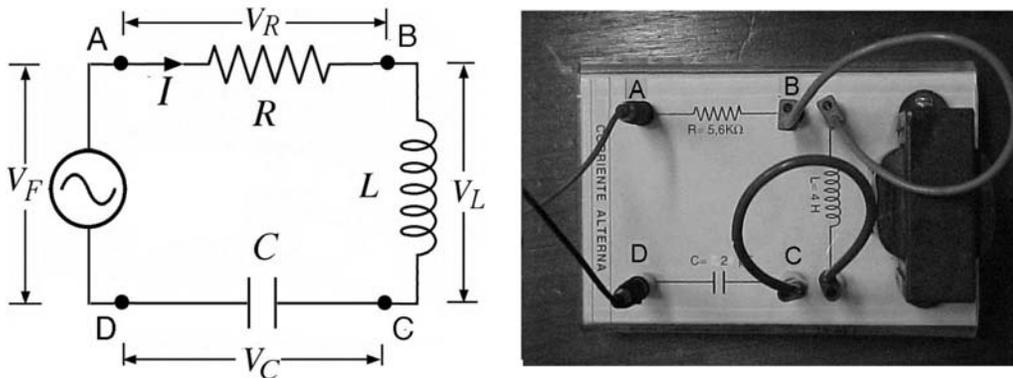


Figura 20

C2. Empleando los mismos procedimientos seguidos para estudiar los circuitos R-L y R-C vamos a realizar los montajes que nos permitirán analizar el presente caso. En primer lugar, instalaremos el circuito indicado en la figura 21.

Conecte el terminal común de las puntas de prueba del osciloscopio al punto **B**. Conecte la otra punta de prueba del **CH1X** al punto **A** y la otra punta de prueba del **CH2Y** al punto **D** la otra punta de prueba al punto **D**.

En el osciloscopio deben aparecer las señales correspondientes. Haga en su hoja de trabajo una figura similar, identifique las señales y copie en ella los valores V_R ,

V_{LC} , δ y L . Determine la diferencia de fases entre las sinusoides observadas.

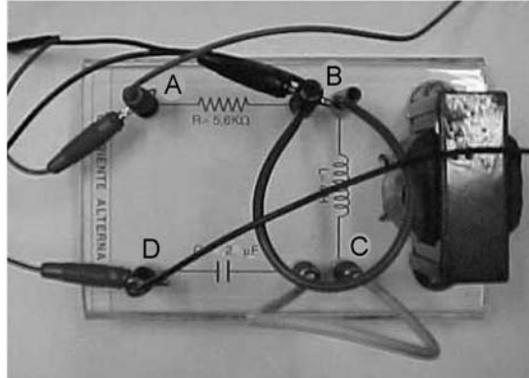
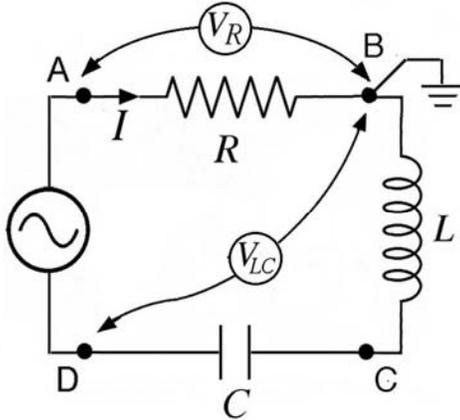


Figura 21

C3. Mueva el terminal común de las puntas de prueba del osciloscopio al punto **A**. Conecte la otra punta de prueba del **CH1** al punto **B** y mantenga la otra punta de prueba del **CH2** en el punto **D** (figura 22).

En el osciloscopio deben aparecer las señales correspondientes, haga en su hoja de trabajo una figura similar, identifique las señales y copie en ella los valores V_R , V_F , δ y L . Determine la diferencia de fases entre las señales observadas. Escriba sus resultados en la tabla **V**.

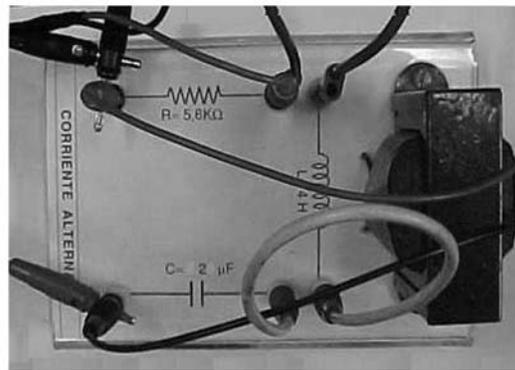
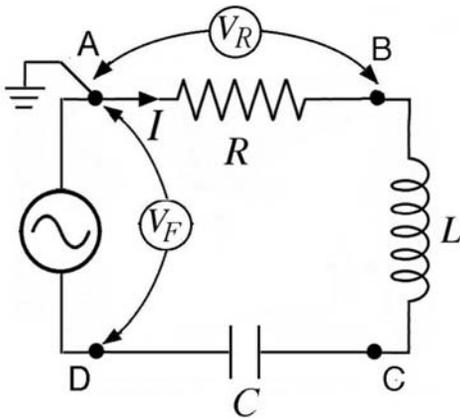


Figura 22

Tabla V

$V_F(V)$	$V_R(V)$	$V_{LC}(V)$	$\Delta\phi_{LC}$ (grados)	$\Delta\phi_F$ (grados)

C4. Proceda a construir el diagrama de fasores de \vec{V}_R , \vec{V}_{LC} y \vec{V}_F .

C5. Con el valor de R medido en **A11**, determine el valor de la corriente.

C6. Determine la impedancia del circuito $Z = V_F / I$, con el valor de la corriente I determinado en **C5** y el valor medido de V_F .

C7. De acuerdo a lo estudiado en **3d**, calcule el valor de la impedancia del circuito, mediante la expresión:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (12)$$

Usando los valores de los parámetros R (medido), X_L y X_C (calculados) mediante las expresiones

$$X_L = \omega L = 2\pi fL, \text{ es la reactancia inductiva y}$$

$$X_C = 1/\omega C = 1/2\pi fC, \text{ es la reactancia capacitiva}$$

C8. Compare los valores de la impedancia Z determinados en **C6** y **C7**.

C9. Asimismo, calcule el ángulo ϕ entre el voltaje V_F y la corriente I tomando en cuenta la expresión:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{X_L - X_C}{R} \quad (13)$$

¿Qué relación guarda este ángulo con el desfase $\Delta\phi_F$?

Preguntas

P1. ¿Porqué un inductor permite el paso de corrientes de frecuencias bajas pero impide el paso de corrientes a altas frecuencias?

P2. ¿Por qué un capacitor permite el paso de corrientes de frecuencias altas pero impide el paso de corrientes a bajas frecuencias?

P3. ¿En qué condiciones la impedancia de un circuito $L-R-C$ es mínima?

Bibliografía

D. Halliday, R. Resnick y K. Krane, *Física*, Vol. 2, Cap. 39, Ed. Continental (1995)

R. A. Serway, *Física*, Tomo. 2, Tercera edición, Cap. 33, Mc. Graw - Hill (1992).