

MEDICIÓN DE LA DENSIDAD DE UN SÓLIDO

OBJETIVOS

- Entender cómo funciona un vernier y aprender a usarlo.
- Combinar las mediciones de volumen y masa para determinar la densidad de un cuerpo.
- Aplicar el principio de Arquímedes para determinar la densidad del cuerpo, por mediciones de peso, utilizando un dinamómetro.
- Calcular la propagación de los errores en las mediciones de densidad por medio de los dos métodos experimentados y comparar sus resultados.

MATERIALES

1. Cuerpo problema
2. Vernier
3. Balanza
4. Dinamómetro
5. Vasija con agua.

TEORÍA

I. Introducción

La medición precisa de longitudes para determinar el área y volumen de un cuerpo sólido es un proceso muy importante. Si el cuerpo es un sólido rígido, es decir, indeformable, la medición (con los instrumentos adecuados) podrá fácilmente alcanzar errores relativos en el orden de 10^{-3} . Sin embargo, si el cuerpo sólido es deformable, debemos ser más cuidadosos para asegurarnos que se están midiendo correctamente

las dimensiones requeridas. En esta práctica se determinará la densidad de un sólido deformable utilizando dos métodos diferentes:

- a) Por la medición directa de su volumen y de su masa.
- b) Utilizando el principio de Arquímedes.

El sólido cuyo volumen se desea determinar es de goma y tiene la forma de un cono truncado con un hueco cilíndrico que no llega a atravesarlo (Figura 1).

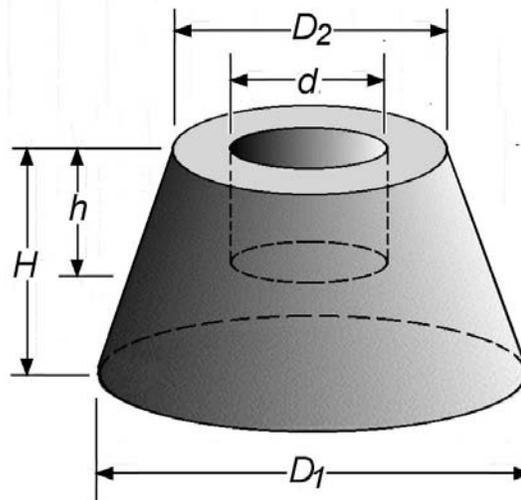


Fig. 1: Cono truncado con sección cilíndrica interna hueca

Debemos medir las siguientes cantidades: Diámetro mayor (D_1), diámetro menor (D_2), altura (H), diámetro del hueco (d) y profundidad del hueco (h). Usted deberá demostrar primero que el volumen del cuerpo está dado por la expresión:

$$V = \frac{\pi H}{12}(D_2^2 + D_2 D_1 + D_1^2) - \frac{\pi h d^2}{4}. \quad (1)$$

II. El vernier y su principio de funcionamiento

Cuando usamos una regla para realizar una medida, solo podemos apreciar hasta la división más pequeña de su escala. Para poder distinguir valores mas pequeños entre dos marcas consecutivas, se ha ideado una segunda escala que se denomina nonio. El vernier es un instrumento fabricado de metal (acero inoxidable) o de plástico duro, que está constituido por una regla fija graduada en partes iguales, sobre la que puede deslizarse el nonio, que es una reglilla graduada de tal forma que $(n - 1)$ divisiones de la regla se dividen en n partes iguales del nonio.

En el caso más sencillo $n = 10$, se toman 9 divisiones de la regla fija y se divide en 10 partes iguales del nonio, así cada una de estas partes es $9/10$ de un intervalo de la regla fija (Fig. 2).

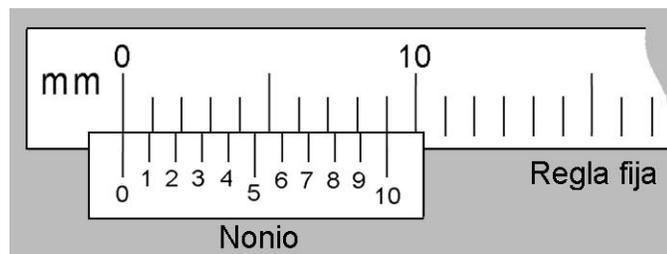


Fig. 2: Un nonio con 10 divisiones por cada 9 divisiones de la escala fija

Para ilustrar el principio de funcionamiento del vernier, consideremos la figura 3.

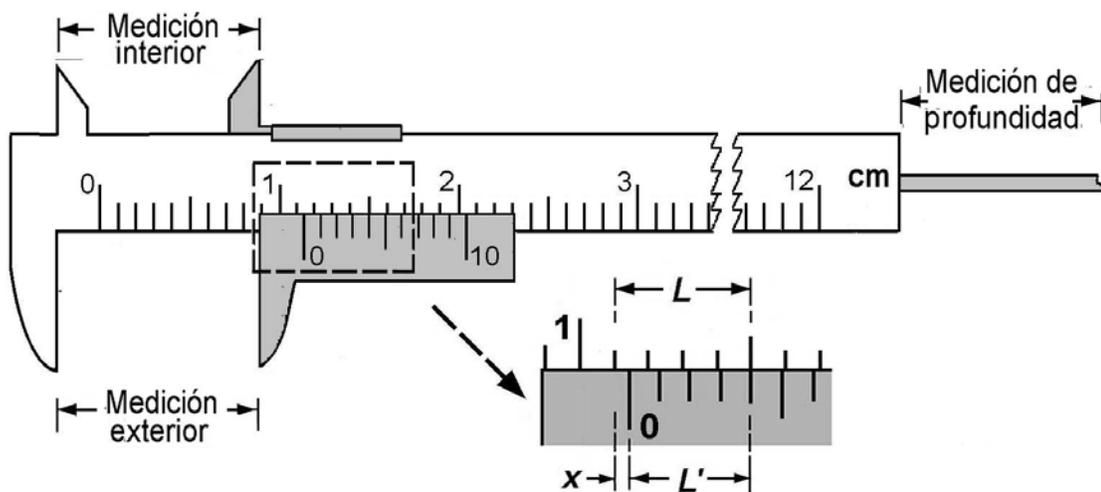


Fig. 2: La lectura del vernier es 11,4 mm = 1,14 cm

Podemos observar, que el cero del nonio está entre las divisiones de 11 mm y 12 mm de la escala fija. Para calcular el valor de la fracción excedente a los 11 mm, se observa cuál es la división del nonio que coincide exactamente con una división de la escala principal. En este caso dicha división es *la cuarta*, luego la fracción del intervalo es $4/10$ de mm y la lectura correspondiente es 11,4 mm. La razón de esto es que la fracción x buscada es la diferencia entre la longitud L sobre la escala principal y la longitud L' sobre el nonio:

$$x = L - L' = 4\text{mm} - \frac{9}{10}(4\text{mm}) = \frac{1}{10}(4\text{mm}) = 0,4\text{mm}$$

Por lo tanto, el incremento, $x = 0,4$ mm, es lo que se debe añadir a la marca de 11 mm para obtener la lectura final de "11,4 mm".

Lo que determina la apreciación del vernier es el número de divisiones del nonio. La *apreciación* del aparato será la apreciación de la regla principal entre el número de divisiones del nonio. En el caso anterior, la apreciación lograda en la medición es de $1/10$ mm (0,1 mm). En otros verniers de mas precisión, el numero de divisiones del nonio puede ser 20 o 50, siendo las apreciaciones $1/20$ mm (0,05 mm) o $1/50$ mm (.0,02 mm), respectivamente.

Observe en la Fig. 3 que el vernier dispone de tres opciones de medición, dependiendo de la accesibilidad que se tenga de la dimensión en el objeto a medir: exterior, interior y profundidad. Los ejemplos a continuación ilustran como se utilizan estas tres modalidades.

Ejemplo 1: *Se desea medir la longitud de un tornillo* (Fig. 3): El cero de la escala del nonio coincide con la marca de 28 mm. Como la marca del nonio que coincide con alguna marca de la escala fija es "0"; entonces la lectura es: 28,0 mm.

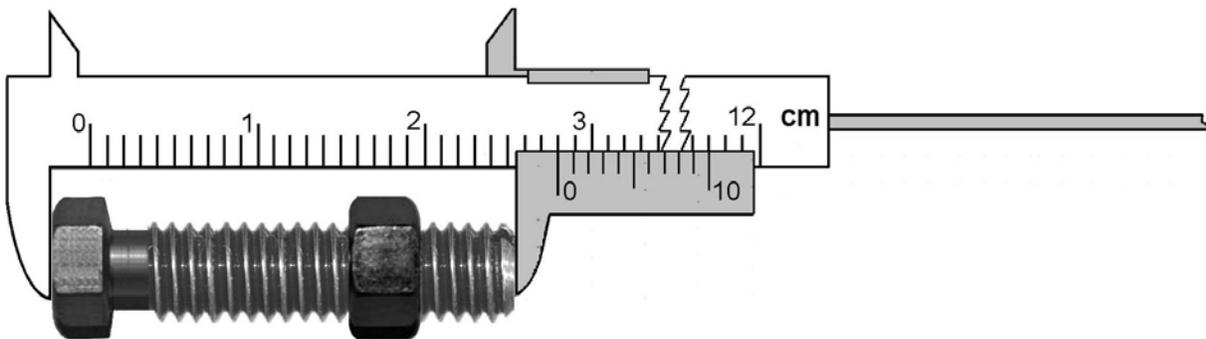


Fig. 3: La lectura del vernier es 28,0 mm = 2,80 cm.

Ejemplo 2: *Se desea medir el diámetro interno de una tuerca* (Fig. 4): El cero de la escala del nonio está entre 8 mm y 9 mm. La marca del nonio que coincide con alguna marca de la escala fija es "6"; Por lo tanto, la lectura es: 8,6 mm.

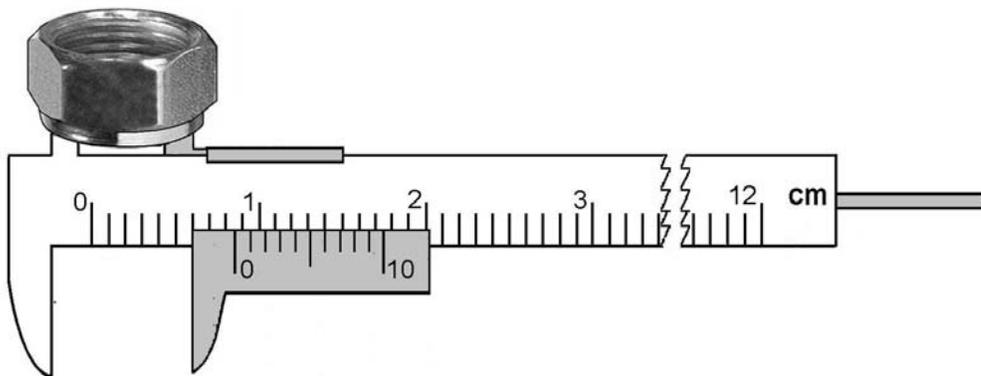


Fig. 4: La lectura del vernier es 8,6 mm = 0,86 cm

Ejemplo 3: Se desea medir la profundidad de la tapa de un frasco (Fig. 5): El cero de la escala del nonio está entre 9 mm y 10 mm. La marca del nonio que coincide con alguna marca de la escala fija es: "2"; Por lo tanto, la lectura es: 9,2 mm.

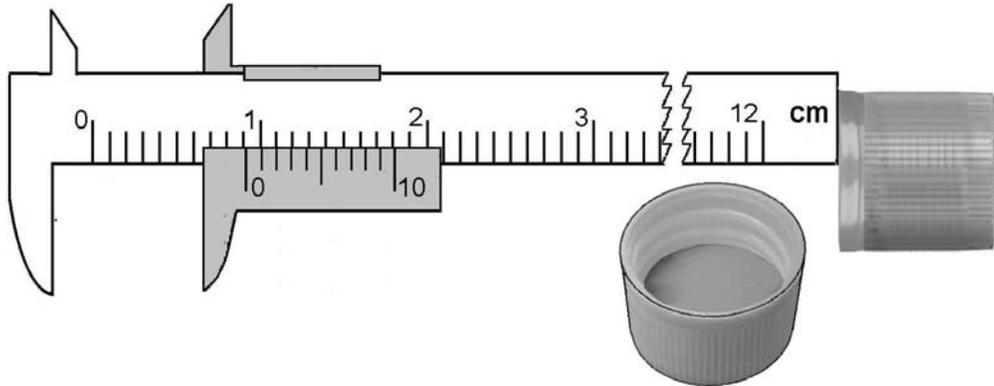


Fig. 5: La lectura del vernier es 9,2 mm = 0,92 cm

III. El Principio de Arquímedes

Un fenómeno común que se observa cuando un cuerpo se encuentra sumergido en un líquido es que existe una fuerza ascendente de flotación (o empuje) que se opone a la tendencia del cuerpo a hundirse en el líquido. El principio de Arquímedes afirma que: *"la magnitud de la fuerza ascendente en el seno de un líquido es igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo sumergido"*.

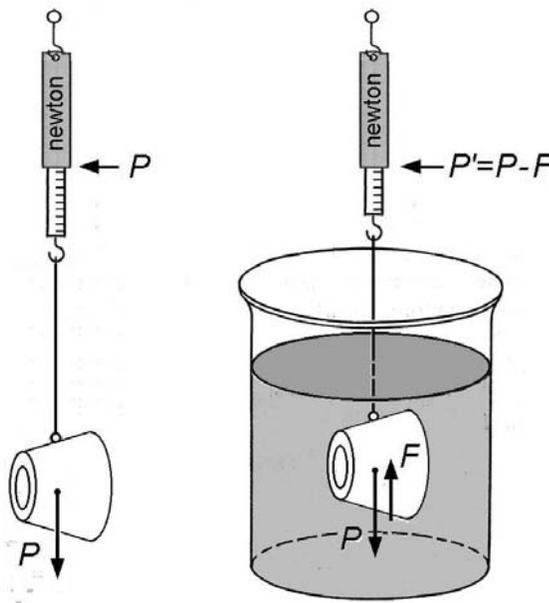


Fig. 6: Cuerpo sujeto con un dinamómetro en el aire y en un líquido

Para calcular la magnitud de la fuerza de flotación, F , que contrarresta el peso P del cuerpo sumergido, se calcula el volumen V del líquido desplazado que corresponde al volumen del cuerpo sumergido. Así, si las densidades del cuerpo y del líquido son ρ_c y ρ_l respectivamente, la fuerza de empuje es

$$F = \rho_l V g, \quad (2)$$

Como la densidad del cuerpo es $\rho_c = m/V$, podemos escribir:

$$F = \rho_l m g / \rho_c. \quad (3)$$

Luego, el peso aparente P' del cuerpo sumergido es:

$$P' = P - F = mg - \frac{\rho_l}{\rho_c} mg = P \left(1 - \frac{\rho_l}{\rho_c} \right) \quad (4)$$

Donde se supone que la densidad del cuerpo es mayor que la del líquido ($\rho_c > \rho_l$). En caso contrario el cuerpo flotaría en la superficie del líquido, y el análisis anterior debe modificarse con la finalidad de determinar el volumen o porción del cuerpo que se encuentra fuera del líquido.

ACTIVIDADES PRELIMINARES

1) Utilizar el cálculo integral para obtener la fórmula del volumen de un cono recto truncado con diámetros D_1 (mayor), D_2 (menor) y altura H .

2) En el vernier mostrado en la figura 7, el nonio tiene una escala de 20 divisiones que ocupan una longitud de 39 divisiones de la escala fija (en mm).

a) ¿Cuál es la apreciación de este vernier?

b) ¿Cuál será la lectura?



Fig. 7: Un nonio con 20 divisiones por cada 39 divisiones de la regla fija

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

A. Programa tutorial

- A1.** Se realizará una sesión de práctica en computadora con el programa tutorial para aprender a realizar lecturas con el vernier antes de proceder a iniciar la parte experimental.

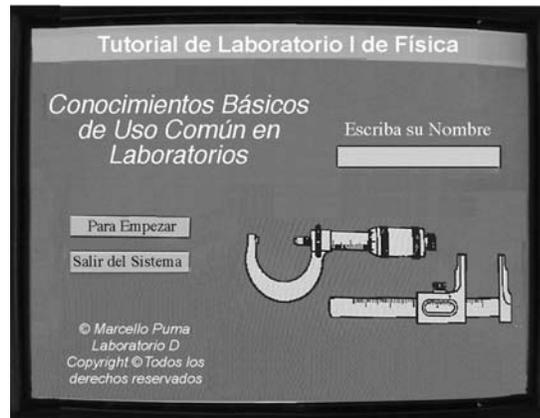


Fig.8: Programa tutorial de la computadora

B. Determinación de la densidad por medio de mediciones de volumen y masa

- B1.** Tanto usted como su compañero deben realizar cada uno 5 mediciones independientes de las cantidades: D_1 , D_2 , d , H y h , y luego tabularlas incluyendo la apreciación de la escala (o los errores de estimación, en caso de que Ud. lo considere procedente). Estas mediciones deben realizarse con ayuda de las diferentes opciones del vernier diseñadas para medir cada tipo de dimensión, es decir: dimensiones interiores (d), dimensiones exteriores (D_1 , D_2 , H), y profundidades (h). En una hoja de cálculo copie los diversos parámetros medidos, de tal manera que pueda obtener sus promedios y sus errores estadísticos asociados.

Tabla 1

	d	$D1$	$D2$	H	h
1					
.....
5					
Promedios					
Desv. estándar					
Error					

B2. Aplicando la ecuación (1) procedan a calcular el volumen V del cuerpo y su error correspondiente, ΔV .

B3. A continuación cada alumno debe realizar 5 mediciones de *la masa* del cuerpo con la ayuda de *la balanza* y debe anotar sus resultados en una tabla, incluyendo su error.

Con las medidas efectuadas, calcule finalmente la densidad ρ_c del sólido y su error asociado $\Delta\rho_c$. Refleje los resultados obtenidos en la tabla 2.

Tabla 2

Volumen V :	
Error ΔV	
Masa m	
Error en la masa Δm	
Densidad ρ_c	
Error en densidad $\Delta\rho_c$	

C. Determinación de la densidad por el principio de Arquímedes

C1. En esta parte de la práctica se determinará la densidad ρ_c , utilizando un *dinamómetro* para medir el peso del cuerpo P (en newton) y su peso aparente, P' (en newton), cuando está sumergido en agua. Al introducir el cuerpo en el agua debe procurarse que quede completamente sumergido y que no toque ni el fondo ni las paredes del envase (Figura 5).

C2. Realice 5 mediciones de P y de P' y utilice la formula correspondiente para calcular el valor de la densidad del cuerpo ρ_c . Tome como valor para la densidad del agua: $\rho = 1,000 \text{ gr/cm}^3$. Se le aconseja tabular sus resultados de la misma manera que en la actividad anterior:

Tabla 3

Peso real P	Peso aparente P'
....
....
....
Promedio P	Promedio P'
ΔP	$\Delta P'$
Densidad ρ_c calculada:	
Error densidad $\Delta\rho$:	

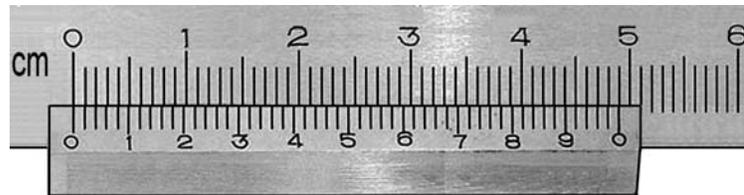
D. Presentación de resultados

D1. Realice el cálculo de propagación de errores y obtenga la expresión algebraica del error absoluto $\Delta \rho_c$ y del error relativo $\Delta \rho_c / \rho_c$. Calcule numéricamente estos errores y reporte el valor obtenido de la densidad ($\rho_c \pm \Delta \rho_c$).

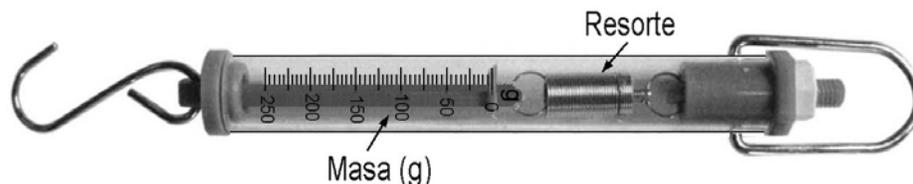
D2. Compare este resultado con aquel obtenido para la densidad usando el primer método.

PREGUNTAS

1. Indicar cuál debe ser la precisión del número π más apropiada para esta práctica e indicar la razón de su elección.
2. ¿Cuál sería la apreciación de un vernier con el nonio indicado en esta figura?



3. Comparar la precisión de las dos formas vistas en esta práctica para medir la densidad de un cuerpo; indicar cuáles son los parámetros más importantes que influyen directamente en la precisión de cada método de medición.
4. En el método usando el principio de Arquímedes si el dinamómetro utilizado en esta práctica no tuviera su escala calibrada en unidades de fuerza (newtons, dinas,...), el instrumento aun sin calibrar también podría servir para obtener el resultado buscado. Discutir cuál es la razón de ello.
5. El dinamómetro utilizado en esta práctica tiene al lado de su escala en *newtons*, una escala adicional que está graduada en *gramos*. Si se usa esta escala para medir la masa de un objeto aquí en Sartenejas, registraría este instrumento la misma masa cuando se mida en cualquier otro lugar de la Tierra?



REFERENCIAS

1. D. Halliday, R. Resnick y K. Krane, *Física*, Vol. 1, Ed. Continental (1995).
2. R. A. Serway, *Física*, tomo. 1, tercera edición, Mc. Graw-Hill (1992).
3. <http://www.cca.org.mx/dds/web/ventana/ligas/nlaboratoriom19.htm>
4. http://www.her.itesm.mx/academia/profesional/cursos/fisica_2000/FISICA/fluidos/estatica/introduccion/Introduccion.htm