PRÁCTICA DE LABORATORIO III-1

SISTEMAS OSCILANTES ACOPLADOS (Modos Normales)

OBJETIVOS

1. Estudio de los modos normales de oscilación de un sistema con una, dos y tres masas acopladas con resortes
2. Estudio del fenómeno de batidos en el caso de 2 masas y tres resortes.
3. Comparar los resultados experimentales con estimaciones teóricas. Discuta sus resultados en el contexto de los errores experimentales.

MATERIALES

- Carril de aire con su compresor
- Carritos de diferentes masas
- Resortes de diferentes longitudes y materiales
- Laser de HeNe
- Cronómetro
- Balanza y pesas

ACTIVIDADES PRELIMINARES

- Investigue aplicaciones prácticas del uso del concepto modos normales de oscilación, por ejemplo en : el cálculo de la capacidad calórica, la física cuántica, etc…

- En su pre-informe debe tratar en forma detallada y clara los diferentes casos que va a estudiar en el Laboratorio. Debe calcular en función de las m_i y los K_i las frecuencias y los autovectores correspondientes.

Por ejemplo: demuestre los resultados que se presentan en las ecuaciones 2, 3,4 y 5 en este texto.
NOTA: Entender los autovectores es fundamental para poder aislar los distintos modos en la práctica.

- Describa teóricamente el fenómeno de batidos para 2 masas iguales y 3 resortes idénticos.

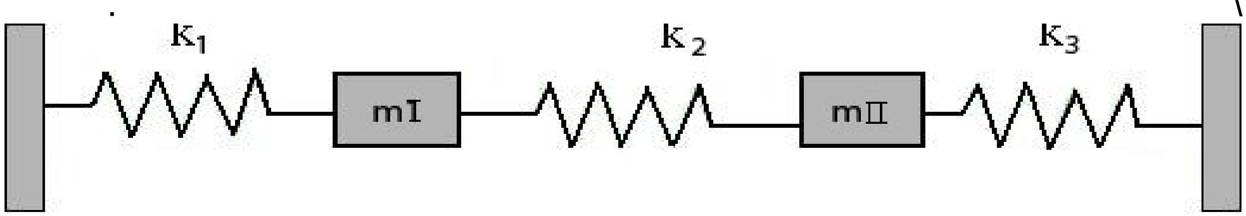
FUNDAMENTOS

El movimiento de un sistema físico oscilante, de multiples partículas débilmente acopladas, se puede describir a través de los modos normales de oscilación. El modo se maneja algebraicamente como una coordenada del movimiento que tiene asociada una frecuencia de oscilación bien definida. De esta forma, el movimiento de un conjunto de N partículas (en un sistema oscilante) se describe completamente indicando la contribución de cada coordenada (modo) normal, al movimiento final. El número de coordenadas normales N es igual al número de partículas, esto implica, por ejemplo, que en 1na dimensión, se reduce de 2xN → N la cantidad de "piezas" de información requeridas para describir el sistema.

Un caso típico donde la descripción a través de los modos normales ha resultado muy útil, es en aquellos sistemas ordenados de muchas partículas acopladas físicamente. Ej: un sólido cristalino.

Un caso particular que podemos estudiar es, un sistema oscilante de dos masas m_I y m_{II} y tres resortes, k_1, k_2 y k_3. En este sistema $x_I(t)$ y $x_{II}(t)$ las coordenadas de las masas I y II, se pueden describir con 2 coordenadas normales tal que

: \



$$x_1(t) = Ae^{iwt} \quad .$$

$$x_2(t) = Be^{iwt} \qquad (1)$$

De manera tal que

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k_1}{2m_1} + \frac{k_2}{2\mu} + \frac{k_3}{2m_2} \mp \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{2m_1} - \frac{k_3 + k_2}{2m_2}\right)^2 + \frac{k_2^2}{m_2 m_1}}} \; (2)$$

$$B_{1,2} = \frac{k_1 + k_2 - m_1\omega_{1,2}^2}{k_1} A_{1,2} \; (3)$$

Y la solución final del sistema es:

$$x_I(t) = a\left(A_1 e^{iw_1 t}\right) + b\left(A_2 e^{iw_2 t}\right) \; (4) \; .$$
$$x_{II}(t) = a\left(B_1 e^{iw_1 t}\right) + b\left(B_2 e^{iw_2 t}\right) \; .$$

Donde *a* y *b* son constantes que quedarán determinadas por las condiciones de borde iniciales del sistema.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Las experiencias de este laboratorio se realizarán en combinaciones de resortes y masas que se desplazan sobre un carril de aire. Este dispositivo permite minimizar la fricción de las masas oscilantes y así despreciar en el tratamiento teórico el roce en sus resultados.

Sus observaciones consisten en determinar con precisión todas las frecuencias propias del sistema escogido por Usted. Luego debe comparar sus mediciones con los estimados teóricos y discutir sus resultados en el contexto de los errores experimentales. Los sistemas a considerar son los siguientes:

A1.-

Para 1 masa

. i) $K_1 = K_2$; $m_1 = m_2$

Para 2 masas, por lo menos deberá usar las configuraciones siguientes:

i) $K_1 = K_2 = K_3$; $m_1 = m_2$

ii) $K_1 = K_3 >> K_2$; $m_1 = m_2$

iii) $K_1 = k_2 = K_3$; $m_1 = 2\, m_2$

y cualquiera otra si aún les queda tiempo.

Para el caso de 3 masas, ya que el problema es bastante complicado, escoja

i) $K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = K$;; $m_1 = m_2 = m_3 = m$

Para este caso demuestre:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2k}{m}} \rightarrow \{B = 0 \;\; C = -A\} \qquad (5)$$

$$\omega_{2,3} = \sqrt{\frac{(2 \pm \sqrt{2})k}{m}} \rightarrow \{B = \pm\sqrt{2}\, A \;;\; C = A\}$$

A2.- Ud. deberá determinar el K de los resortes que usará y las masas de los carritos.

A3. En todos los casos masas realice suficientes mediciones para aplicar sus conocimientos de estadística a la determinación de la frecuencia de oscilación del sistema.

- Determine el promedio de ω_i y el error cuadrático medio del promedio.
- Compare con la predicción teórica en cada caso. Estime el error de la teoría. **Sugerencia:** Recuerde que los valores usados para la estimación teórica –m_i y k_i- son valores experimentales.

***A4*.-Batido ($K_1 = K_2 = K_3$; $m_1 = m_2$).** Para estudiar el fenómeno de batidos establezca la oscilación del sistema moviendo una de las masas de su posición de equilibrio y dejando la otra fija en su posición en reposo. Observe y describa el movimiento. Mida la frecuencia del batido y la frecuencia portadora. Relacióne sus mediciones con sus estimaciones teóricas.

BIBLIOGRAFIA

1.-Jerry B. Marion,"Dinámica clásica de las partículas y sistemas" Editorial Reverté S. A. 1975.