

PRACTICA DE LABORATORIO III-2

COLISIONES EN DOS DIMENSIONES (APENDICE)

BIBLIOGRAFIA

1.-/fisica.ciencias.uchile.cl/~rferrer/cursos/06.pdf

2.-C. Williamson, R. O. Torres-Isea, and C. A. Kletzing, **Analyzing Linear and Angular Momentum Conservation in Digital Movies of Puck Collisions**, American Journal of Physics -- September 2000 -- Volume 68, Issue 9, pp. 841-847 .

3.-Introducción a la Mecánica de Cayetano Di Bartolo 2010.

NOTACIÓN:

En este trabajo de laboratorio de empleá la siguiente notación:

- V para los valores respecto al sistema de laboratorio.
- $\bar{V}$ para los valores respecto al sistema centro de masa.
- Los valores sin primas V son valores antes del choque y los términos primados son v' después del choque.
- Se utilizan negritas $\boldsymbol{v}$ para representar vectores.

- EN EL SISTEMA DE LABORATORIO

El estudio de colisiones se extiende a una gama de ecuaciones según las dimensiones del espacio o cual es el sistema de referencia. Estudiemos el siguiente escenario: una partícula de masa m_1 con velocidad inicial v_1 que choca a una partícula en reposo de masa m_2 (ver figura 1). La ecuación de momento y conservación de la energía en el sistema de laboratorio son:

$$m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_1 v'_2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + Q, (3)$$

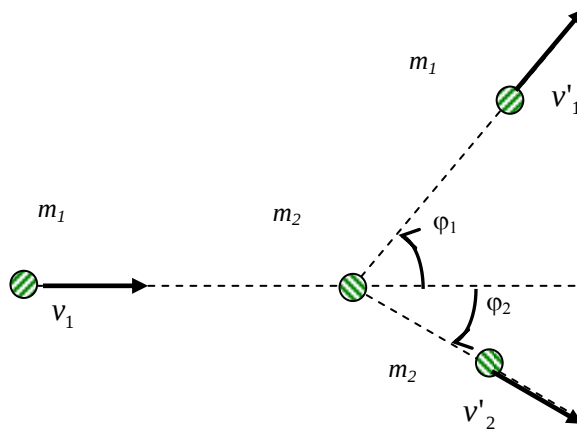


Figura 1: Esquema de una colisión en dos dimensiones desde el sistema de laboratorio.

φ_1 y φ_2 son respectivamente el ángulo de desviación respecto a la horizontal de la partícula 1 y 2, desde el sistema de laboratorio.

- EN EL SISTEMA CENTRO DE MASA

En el sistema donde la velocidad del centro de masa (V_{cm}) es cero, la colisión se describe como en la figura 2. Donde V_{cm} se define como:

$$V_{CM} = \frac{m_1 v_1 + m_1 v_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

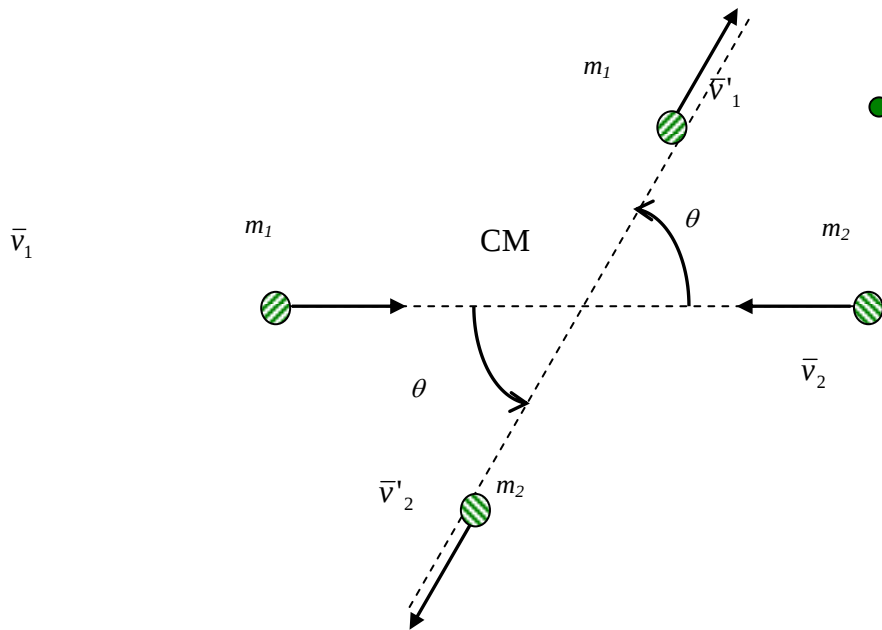


Figura 2: Esquema de una colisión en dos dimensiones desde el sistema centro de masa.

Donde el ángulo θ es el ángulo de desviación de ambas partículas respecto a la horizontal en el sistema centro de masa. El momento lineal en el sistema centro de masa es cero antes y después de la colisión por lo tanto, (usando la notación $\overline{}$ para indicar en el CM):

$$\overline{p_1} + \overline{p_2} = 0 \quad (5)$$

$$\overline{p'_1} + \overline{p'_2} = 0 \quad (6)$$

En el sistema centro de masa

$$\bar{v}_1 = v_1 - V_{CM} = \frac{m_2}{M} (v_1 - v_2) \quad (7)$$

$$\bar{v}_2 = v_2 - V_{CM} = -\frac{m_1}{M} (v_1 - v_2) \quad (8)$$

La ecuación de conservación de energía en el centro de masa se puede escribir de la siguiente manera:

$$\frac{\bar{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\bar{p}_2^2}{2m_2} = \frac{\bar{p}'_1^2}{2m_1} + \frac{\bar{p}'_2^2}{2m_2} + Q \quad (9)$$

Utilizando las ecuaciones 7 y 8 se puede reescribir 9, empleando además la masa reducida μ :

$$\frac{1}{2} \mu (v_1 - v_2)^2 = \frac{\bar{p}_1^2}{2\mu} = \frac{\bar{p}'_1^2}{2\mu} + Q \quad \text{donde} \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

-RELACIONES ENTRE SISTEMA LAB. Y CM.

Utilizando las dos figuras anteriores uno puede relacionar las expresiones para las velocidades finales, entre el sistema CM y el sistema laboratorio, para la masa m_1

$$v'_1 \sin \varphi_1 = \bar{v}'_1 \sin \theta \quad (11)$$

$$v'_1 \cos \varphi_1 = \bar{v}'_1 \cos \theta + V_{cm} \quad (12)$$

al dividir obtenemos:

$$\tan \varphi_1 = \frac{\sin \theta}{\gamma + \cos \theta} \quad (13)$$

donde γ es:

$$\gamma = \frac{V_{cm}}{\bar{v}'_1} = \frac{m_1 v_1}{\bar{v}'_1 (m_1 + m_2)} \quad (14)$$

-EL COEFICIENTE de RESTITUCION nuevamente.

Usando la definición de

$$\varepsilon = - \frac{|v'_1 - v'_2|}{|v_1 - v_2|}$$

y tomando las coordenadas en el sistema del CM , y en dirección paralela a la línea que une a los dos discos en el instante de la colisión. Las velocidades finales cumplen con:

$$\bar{v}'_1 = \frac{(m_1 - \varepsilon m_2) \bar{v}_1 + (m_2 + \varepsilon m_2) \bar{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (15)$$

$$\bar{v}'_2 = \frac{(m_1 + \varepsilon m_1) \bar{v}_1 + (m_2 - \varepsilon m_1) \bar{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (16)$$

Así como en lo que concierne a la pérdida de energía cinética.

$$Q = \Delta T = \frac{1}{2} \mu V^2 (1 - \varepsilon^2) \quad (20)$$

donde $V = |v_2 - v_1|$

Experimentalmente podemos registrar otras cantidades que tratan de evaluar lo que ocurre en una colisión. Como sabemos en una colisión elástica se cumple que

$$\Delta p_2 = -\Delta p_1$$

Lo que indica que en una colisión existe una transferencia de momento lineal (así como también energía). La cantidad D_p definida seguidamente es una medida de esa transferencia:

$$D_p = \frac{|\Delta p_2 + \Delta p_1|}{|\Delta p_1|}$$

Así para el caso en que $v_{2i} = 0$, en una colisión en 2D,

$$D_{Px} = \frac{|m_2 v_{2f} \cos \varphi_2 - m_1 (v_{1i} - v_{1i} \cos \varphi_1)|}{|m_1 (v_{1i} - v_{1i} \cos \varphi_1)|}$$

$$D_{Py} = \frac{|m_2 v_{2f} \sin \varphi_2 - m_1 (v_{1f} \sin \varphi_1)|}{|m_1 (v_{1f} \sin \varphi_1)|}$$

También podemos definir una cantidad para la transferencia de energía cinética.

$$D_K = \frac{\left| \left(m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) - m_2(v_{2i}^2 - v_{2f}^2) \right) \right|}{\left| m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) \right|}$$

Cada una de estas expresiones deberían dar resultados correlativos

- CHOQUES INELASTICOS

El caso que comúnmente se presenta en la literatura, es aquel en que las partículas (1) y (2) continúan adheridas después de la colisión $v'_1 = v'_2 = v'$. En ese caso

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad (21)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v'^2 + Q \quad (22)$$