D2 branas interactivas en diez dimensiones y la teoría de Born-Infeld no abeliana

Rita Gianvittorio

Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

Reunión de Física de Altas Energias, FAE06
11-13 de Diciembre de 2006
Facultad de Ciencias
Universidad Central de Venezuela
Caracas

En colaboración con: Restuccia A. y Stephany J.

Contenidos

Motivación

- La brana de Dirichlet o D-brana [Polchinski]es considerada uno de los objetos físicos másimportantes para entender varios aspectos no perturbativos de las teorías de cuerdas
- Antes de la aparición de la D-brana [Fradkin y Tseytlin] calcularon la acción efectiva para una cuerda abierta acoplada a un campo de calibre $U(1)$ y encontraron que la parte de la función de partición independiente de las derivadas de F está dada por una acción de tipo Born-Infeld (BI) $L_{eff} = L(F) + O(\partial F) \Longrightarrow L(F) = L_{BI}$
- Posteriormente [Leigh] estudió la acción del modelo sigma para una cuerda abierta y encontró una nueva interpretación de la acción (BI), la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI) que no es sino una reducción dimensional de (BI)
- BI se muestra de utilidad en el contexto de la teoría bosónica de cuerdas abiertas pues permite la descripción en el límite de bajas energías.

Motivación

- La brana de Dirichlet o D-brana [Polchinski]es considerada uno de los objetos físicos másimportantes para entender varios aspectos no perturbativos de las teorías de cuerdas
- Antes de la aparición de la D-brana [Fradkin y Tseytlin] calcularon la acción efectiva para una cuerda abierta acoplada a un campo de calibre $U(1)$ y encontraron que la parte de la función de partición independiente de las derivadas de F está dada por una acción de tipo Born-Infeld (BI) $L_{eff} = L(F) + O(\partial F) \Longrightarrow L(F) = L_{BI}$
- Posteriormente [Leigh] estudió la acción del modelo sigma para una cuerda abierta y encontró una nueva interpretación de la acción (BI), la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI) que no es sino una reducción dimensional de (BI)
- BI se muestra de utilidad en el contexto de la teoría bosónica de cuerdas abiertas pues permite la descripción en el límite de bajas energías.

Motivación

- La brana de Dirichlet o D-brana [Polchinski]es considerada uno de los objetos físicos másimportantes para entender varios aspectos no perturbativos de las teorías de cuerdas
- Antes de la aparición de la D-brana [Fradkin y Tseytlin] calcularon la acción efectiva para una cuerda abierta acoplada a un campo de calibre $U(1)$ y encontraron que la parte de la función de partición independiente de las derivadas de F está dada por una acción de tipo Born-Infeld (BI) $L_{eff} = L(F) + O(\partial F) \Longrightarrow L(F) = L_{BI}$
- Posteriormente [Leigh] estudió la acción del modelo sigma para una cuerda abierta y encontró una nueva interpretación de la acción (BI), la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI) que no es sino una reducción dimensional de (BI)
- BI se muestra de utilidad en el contexto de la teoría bosónica de cuerdas abiertas pues permite la descripción en el límite de bajas energías.

Motivación

- La brana de Dirichlet o D-brana [Polchinski]es considerada uno de los objetos físicos másimportantes para entender varios aspectos no perturbativos de las teorías de cuerdas
- Antes de la aparición de la D-brana [Fradkin y Tseytlin] calcularon la acción efectiva para una cuerda abierta acoplada a un campo de calibre $U(1)$ y encontraron que la parte de la función de partición independiente de las derivadas de F está dada por una acción de tipo Born-Infeld (BI) $L_{eff} = L(F) + O(\partial F) \Longrightarrow L(F) = L_{BI}$
- Posteriormente [Leigh] estudió la acción del modelo sigma para una cuerda abierta y encontró una nueva interpretación de la acción (BI), la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI) que no es sino una reducción dimensional de (BI)
- BI se muestra de utilidad en el contexto de la teoría bosónica de cuerdas abiertas pues permite la descripción en el límite de bajas energías.

Motivación

- Una Dp-brana es una hipersuperficie $(p+1)$-dim en el espacio tiempo en la cual las cuerdas abiertas pueden posar sus extremos.
- La dinámica de la Dp-brana se da por una acción de calibre $U(1)$ en $(p+1)$-dim y por $(9-p)$ campos escalares que describen las fluctuaciones de la brana. Existe una invariancia bajo difeomorfismos en el volumen mundo de la brana.
- La acción bosónica de la Dp-brana está dada por la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI). Se obtiene por reducción dimensional de BI para un campo abeliano $U(1)$ en $D=10$. La acción DBI ha permitido tratar diversos aspectos de teoría de cuerdas en los cuales la D-brana juega un rol esencial

Motivación

- Una Dp-brana es una hipersuperficie $(p+1)$-dim en el espacio tiempo en la cual las cuerdas abiertas pueden posar sus extremos.
- La dinámica de la Dp-brana se da por una acción de calibre $U(1)$ en $(p+1)$-dim y por $(9-p)$ campos escalares que describen las fluctuaciones de la brana. Existe una invariancia bajo difeomorfismos en el volumen mundo de la brana.
- La acción bosónica de la Dp-brana está dada por la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI). Se obtiene por reducción dimensional de BI para un campo abeliano $U(1)$ en $D=10$. La acción DBI ha permitido tratar diversos aspectos de teoría de cuerdas en los cuales la D-brana juega un rol esencial

Motivación

- Una Dp-brana es una hipersuperficie $(p+1)$-dim en el espacio tiempo en la cual las cuerdas abiertas pueden posar sus extremos.
- La dinámica de la Dp-brana se da por una acción de calibre $U(1)$ en $(p+1)$-dim y por $(9-p)$ campos escalares que describen las fluctuaciones de la brana. Existe una invariancia bajo difeomorfismos en el volumen mundo de la brana.
- La acción bosónica de la Dp-brana está dada por la acción de Dirac-Born-Infeld (DBI). Se obtiene por reducción dimensional de BI para un campo abeliano $U(1)$ en $D=10$. La acción DBI ha permitido tratar diversos aspectos de teoría de cuerdas en los cuales la D-brana juega un rol esencial

De BI a la Dp-brana

La reducción de la acción (BI) para un vector potencial $A_\mu \quad \mu = 0, ..., 9$ en D=10 se hace identificando

$$A_\mu = (A_m(x), TX_s(x)) \qquad m = 0, ..., p \quad s = p+1, ..., 9$$

- $A_m(x)$ es el campo vectorial de calibre en el volumen mundo
- $X_s(x)$ son los desplazamientos transversos
- $x = (x_0, ..., x_p)$

$$S_p = \int d^{p+1}x \sqrt{-det\left(\eta_{\mu\nu} + T^{-1}F_{\mu\nu}\right)}$$

$$= \int d^{p+1}x \sqrt{-det\left(\eta_{mn} + \partial_m X^s \partial_n X_s + T^{-1}F_{mn}\right)}$$

De BI a la Dp-brana

La reducción de la acción (BI) para un vector potencial $A_\mu \quad \mu = 0, ..., 9$ en D=10 se hace identificando

$$A_\mu = (A_m(x), TX_s(x)) \quad m = 0, ..., p \quad s = p+1, ..., 9$$

- $A_m(x)$ es el campo vectorial de calibre en el volumen mundo
- $X_s(x)$ son los desplazamientos transversos
- $x = (x_0, ..., x_p)$

$$S_p = \int d^{p+1}x \sqrt{-det\left(\eta_{\mu\nu} + T^{-1}F_{\mu\nu}\right)}$$

$$= \int d^{p+1}x \sqrt{-det\left(\eta_{mn} + \partial_m X^s \partial_n X_s + T^{-1}F_{mn}\right)}$$

NBI

- Por analogía con el caso abeliano se espera derivar la acción NBI de la acción efectiva de la cuerda en un background no abeliano
- Ocurre que la parte de la acción de la teoría de cuerdas que depende de F pero no de sus derivadas DF debe estar definida unívocamente y esto introduce una dificultad al buscar la NBI
- $L_{\text{eff}} = L(F) + O(DF)$
- Existe una ambiguedad: términos en DF pueden cambiar a términos sin derivadas y eso alteraría el $L(F)$

$$[D_m, D_n]\, F_{kl} = [F_{mn}, F_{kl}]$$

NBI

- Por analogía con el caso abeliano se espera derivar la acción NBI de la acción efectiva de la cuerda en un background no abeliano
- Ocurre que la parte de la acción de la teoría de cuerdas que depende de F pero no de sus derivadas DF debe estar definida unívocamente y esto introduce una dificultad al buscar la NBI
- $L_{\text{eff}} = L(F) + O(DF)$
- Existe una ambiguedad: términos en DF pueden cambiar a términos sin derivadas y eso alteraría el $L(F)$

$$[D_m, D_n] F_{kl} = [F_{mn}, F_{kl}]$$

NBI

- Por analogía con el caso abeliano se espera derivar la acción NBI de la acción efectiva de la cuerda en un background no abeliano
- Ocurre que la parte de la acción de la teoría de cuerdas que depende de F pero no de sus derivadas DF debe estar definida unívocamente y esto introduce una dificultad al buscar la NBI
- $L_{eff} = L(F) + O(DF)$
- Existe una ambiguedad: términos en DF pueden cambiar a términos sin derivadas y eso alteraría el $L(F)$

$$[D_m, D_n]\, F_{kl} = [F_{mn}, F_{kl}]$$

NBI

- Por analogía con el caso abeliano se espera derivar la acción NBI de la acción efectiva de la cuerda en un background no abeliano
- Ocurre que la parte de la acción de la teoría de cuerdas que depende de F pero no de sus derivadas DF debe estar definida unívocamente y esto introduce una dificultad al buscar la NBI
- $L_{eff} = L(F) + O(DF)$
- Existe una ambiguedad: términos en DF pueden cambiar a términos sin derivadas y eso alteraría el $L(F)$

$$[D_m, D_n]\, F_{kl} = [F_{mn}, F_{kl}]$$

NBI

- Tseytlin dio una prescripción para obtener NBI a partir de BI y "resolver" la ambiguedad: los términos tipo $[F, F]$ pasan a formar parte de $O(DF)$ y no deben incluirse en $L(F)$, lo cual se implementa con la traza simetrizada, en la representación fundamental del grupo

$$STr(M_1....M_n) = \frac{1}{n!}Tr(M_1....M_n + permutaciones)$$

- A partir de BI se reemplaza el campo abeliano F por el no abeliano y se aplica STr al lagrangiano. De esta manera Tseytlin obtiene que su propuesta reproduce la acción efectiva de la cuerda abierta hasta orden 4 en F y aunque en $t = 0$ propuso su validez a todo orden.

NBI

- Tseytlin dio una prescripción para obtener NBI a partir de BI y ”resolver” la ambiguedad: los términos tipo $[F, F]$ pasan a formar parte de $O(DF)$ y no deben incluirse en $L(F)$, lo cual se implementa con la traza simetrizada, en la representación fundamental del grupo

$$STr(M_1....M_n) = \frac{1}{n!}Tr(M_1....M_n + permutaciones)$$

- A partir de BI se reemplaza el campo abeliano F por el no abeliano y se aplica STr al lagrangiano. De esta manera Tseytlin obtiene que su propuesta reproduce la acción efectiva de la cuerda abierta hasta orden 4 en F y aunque en $t = 0$ propuso su validez a todo orden.

NBI

- Para describir N D-branas paralelas se extiende el grupo de invariancia a $U(1)^N$ que en el límite de D-branas superpuestas se convierte en $U(N)$ y la acción tipo Maxwell se generalizaría a una tipo Yang-Mills.[Witten]
- Por analogía con el caso abeliano se espera que NBI sea la acción efectiva del campo vectorial no abeliano en la configuración de N D-branas interactuantes.
- La extensión para tratar la interacción involucra introducir campos no conmutativos, ahora $(A_m, TX_s)\epsilon U(N)$
- Para describir dos (N=2) D-branas superpuestas en interacción Witten propone los campos de calibre A^I_m de $SU(2)$ junto con los desplazamientos transversos X^A_s que tienen un índice en la representación adjunta del grupo y que se interpretan como coordenadas no-conmutativas

NBI

- Para describir N D-branas paralelas se extiende el grupo de invariancia a $U(1)^N$ que en el límite de D-branas superpuestas se convierte en $U(N)$ y la acción tipo Maxwell se generalizaría a una tipo Yang-Mills.[Witten]
- Por analogía con el caso abeliano se espera que NBI sea la acción efectiva del campo vectorial no abeliano en la configuración de N D-branas interactuantes.
- La extensión para tratar la interacción involucra introducir campos no conmutativos, ahora $(A_m, TX_s)\epsilon U(N)$
- Para describir dos (N=2) D-branas superpuestas en interacción Witten propone los campos de calibre A^I_m de $SU(2)$ junto con los desplazamientos transversos X^A_s que tienen un índice en la representación adjunta del grupo y que se interpretan como coordenadas no-conmutativas

NBI

- Para describir N D-branas paralelas se extiende el grupo de invariancia a $U(1)^N$ que en el límite de D-branas superpuestas se convierte en $U(N)$ y la acción tipo Maxwell se generalizaría a una tipo Yang-Mills.[Witten]
- Por analogía con el caso abeliano se espera que NBI sea la acción efectiva del campo vectorial no abeliano en la configuración de N D-branas interactuantes.
- La extensión para tratar la interacción involucra introducir campos no conmutativos, ahora $(A_m, TX_s)\epsilon U(N)$
- Para describir dos (N=2) D-branas superpuestas en interacción Witten propone los campos de calibre A_m^I de $SU(2)$ junto con los desplazamientos transversos X_s^A que tienen un índice en la representación adjunta del grupo y que se interpretan como coordenadas no-conmutativas

NBI

- Para describir N D-branas paralelas se extiende el grupo de invariancia a $U(1)^N$ que en el límite de D-branas superpuestas se convierte en $U(N)$ y la acción tipo Maxwell se generalizaría a una tipo Yang-Mills.[Witten]
- Por analogía con el caso abeliano se espera que NBI sea la acción efectiva del campo vectorial no abeliano en la configuración de N D-branas interactuantes.
- La extensión para tratar la interacción involucra introducir campos no conmutativos, ahora $(A_m, TX_s)\epsilon U(N)$
- Para describir dos (N=2) D-branas superpuestas en interacción Witten propone los campos de calibre A^I_m de $SU(2)$ junto con los desplazamientos transversos X^A_s que tienen un índice en la representación adjunta del grupo y que se interpretan como coordenadas no-conmutativas

Nuestro Planteamiento

- Otro enfoque es partir de la membrana en 11 dimensiones y obtener la D2-brana en D=10 haciendo una transformación de dualidad que reemplaza una coordenada X por el campo vectorial A [Schmidhuber, Townsend, Ovalle, Restuccia] y extender a un lagrangiano no abeliano
- Para mantener la consistencia, el sistema presentado debe ser invariante bajo difeomorfismos en el volumen mundo, además de tener la simetría $SU(2)$
- Se puede considerar partir directamente buscando la extensión del álgebra de los difeomorfismos en el volumen mundo que incluya además los generadores de $SU(2)$. Si ella se realiza con vínculos de 1ra. clase $\Longrightarrow$Hamiltoniano

Nuestro Planteamiento

- Otro enfoque es partir de la membrana en 11 dimensiones y obtener la D2-brana en D=10 haciendo una transformación de dualidad que reemplaza una coordenada X por el campo vectorial A [Schmidhuber, Townsend, Ovalle, Restuccia] y extender a un lagrangiano no abeliano
- Para mantener la consistencia, el sistema presentado debe ser invariante bajo difeomorfismos en el volumen mundo, además de tener la simetría $SU(2)$
- Se puede considerar partir directamente buscando la extensión del álgebra de los difeomorfismos en el volumen mundo que incluya además los generadores de $SU(2)$. Si ella se realiza con vínculos de 1ra. clase $\Longrightarrow$Hamiltoniano

Nuestro Planteamiento

- Otro enfoque es partir de la membrana en 11 dimensiones y obtener la D2-brana en D=10 haciendo una transformación de dualidad que reemplaza una coordenada X por el campo vectorial A [Schmidhuber, Townsend, Ovalle, Restuccia] y extender a un lagrangiano no abeliano
- Para mantener la consistencia, el sistema presentado debe ser invariante bajo difeomorfismos en el volumen mundo, además de tener la simetría $SU(2)$
- Se puede considerar partir directamente buscando la extensión del álgebra de los difeomorfismos en el volumen mundo que incluya además los generadores de $SU(2)$. Si ella se realiza con vínculos de 1ra. clase $\Longrightarrow$Hamiltoniano

Nuestro Planteamiento

- Proponemos el lagrangiano covariante que permite obtener con la formulación canónica ese Hamiltoniano, teniendo así una representación del sistema interactuante.
- Realizamos el álgebra extendida de los difeomorfismos con vínculos de 1ra clase que se expresan únicamente en términos de las coordenadas (en el régimen que se consideran conmutativas) y los campos de calibre de $SU(2)$.
- No se requiere introducir otros campos mientras nos mantengamos en el régimen de los términos diagonales y en este sentido la extensión es única.
- A partir de esta teoría obtenemos la acción NBI

Nuestro Planteamiento

- Proponemos el lagrangiano covariante que permite obtener con la formulación canónica ese Hamiltoniano, teniendo así una representación del sistema interactuante.
- Realizamos el álgebra extendida de los difeomorfismos con vínculos de 1ra clase que se expresan únicamente en términos de las coordenadas (en el régimen que se consideran conmutativas) y los campos de calibre de $SU(2)$.
- No se requiere introducir otros campos mientras nos mantengamos en el régimen de los términos diagonales y en este sentido la extensión es única.
- A partir de esta teoría obtenemos la acción NBI

Nuestro Planteamiento

- Proponemos el lagrangiano covariante que permite obtener con la formulación canónica ese Hamiltoniano, teniendo así una representación del sistema interactuante.
- Realizamos el álgebra extendida de los difeomorfismos con vínculos de 1ra clase que se expresan únicamente en términos de las coordenadas (en el régimen que se consideran conmutativas) y los campos de calibre de $SU(2)$.
- No se requiere introducir otros campos mientras nos mantengamos en el régimen de los términos diagonales y en este sentido la extensión es única.
- A partir de esta teoría obtenemos la acción NBI

Nuestro Planteamiento

- Proponemos el lagrangiano covariante que permite obtener con la formulación canónica ese Hamiltoniano, teniendo así una representación del sistema interactuante.
- Realizamos el álgebra extendida de los difeomorfismos con vínculos de 1ra clase que se expresan únicamente en términos de las coordenadas (en el régimen que se consideran conmutativas) y los campos de calibre de $SU(2)$.
- No se requiere introducir otros campos mientras nos mantengamos en el régimen de los términos diagonales y en este sentido la extensión es única.
- A partir de esta teoría obtenemos la acción NBI

D2-branas interactuantes

- El sistema interactuante de D2-branas en d dimensiones es descrito en términos de una métrica 3-dim γ^{ij}, las coordenadas del espacio-tiempo X^m y el campo de calibre $A_i^I \epsilon SU(2)$, definidos en el volumen mundo

$$\begin{aligned} S(\gamma, X, A) &= -\frac{1}{2}\int d^3\xi\sqrt{-\gamma}\left(\gamma^{ij}\partial_i X^m \partial_j X^n \eta_{nm} + \frac{1}{2}\gamma^{ij}\gamma^{kl}F_{ik}^I F_{jl}^I - 1\right) \\ m &= 0, ..., d-1 \end{aligned}$$

$$F_{ij}^I = \partial_i A_j^I - \partial_j A_i^I + f^{IJK}A_i^J A_j^K .$$

- La dimensión del espacio base d no es relevante en el caso bosónico. En el caso supersimético lo es.

D2-branas interactuantes

- El sistema interactuante de D2-branas en d dimensiones es descrito en términos de una métrica 3-dim γ^{ij}, las coordenadas del espacio-tiempo X^m y el campo de calibre $A_i^I \epsilon SU(2)$, definidos en el volumen mundo

$$\begin{aligned} S(\gamma, X, A) &= -\frac{1}{2}\int d^3\xi\sqrt{-\gamma}\left(\gamma^{ij}\partial_i X^m \partial_j X^n \eta_{nm} + \frac{1}{2}\gamma^{ij}\gamma^{kl}F^I_{ik}F^I_{jl} - 1\right) \\ m &= 0, ..., d-1 \end{aligned}$$

$$F^I_{ij} = \partial_i A^I_j - \partial_j A^I_i + f^{IJK}A^J_i A^K_j .$$

- La dimensión del espacio base d no es relevante en el caso bosónico. En el caso supersimético lo es.

- El análisis canónico se hace descomponiendo γ^{ij} usando ADM

$$
\begin{array}{lll}
\gamma_{ab} = \beta_{ab} & & \gamma^{ab} = \beta^{ab} - N^a N^b N^{-2} \\
\gamma_{00} = -N^2 + \beta_{ab} N^a N^b & & \gamma^{00} = -N^{-2} \\
\gamma^{0a} = N^a N^{-2} & \gamma_{0a} = \beta_{ab} N^b & a, b = 1, 2 \ .
\end{array}
$$

donde

$$
\beta^{ab}\beta_{bc} = \delta^a_c; \qquad \sqrt{-\gamma} = N\sqrt{\beta}, \quad \beta = det\beta_{ab}.
$$

- Obtenemos así la acción cuya formulación canónica nos dará lo buscado

$$
S(\beta, X, A) = -\frac{1}{2}\int d^3\xi N\sqrt{\beta}\Big(-N^{-2}\dot{X}^m\dot{X}_m + 2N^a N^{-2}\dot{X}^m\partial_a X_m
$$
$$
+(\beta^{ab} - N^a N^b N^{-2})\partial_a X^m \partial_b X_m - 1 + \frac{1}{2}(\beta^{ac}\beta^{bd} - 2\beta^{ac}N^b N^d N^{-2})F^I_{ab}F^I_{cd}
$$
$$
-N^{-2}\beta^{ab}F^I_{0a}F^I_{0b} + 2N^{-2}\beta^{ac}N^b F^I_{0a}F^I_{bc}\Big) \qquad m = 0, ..., d-1
$$

- El análisis canónico se hace descomponiendo γ^{ij} usando ADM

$$\gamma_{ab} = \beta_{ab} \qquad \gamma^{ab} = \beta^{ab} - N^a N^b N^{-2}$$
$$\gamma_{00} = -N^2 + \beta_{ab} N^a N^b \qquad \gamma^{00} = -N^{-2}$$
$$\gamma^{0a} = N^a N^{-2} \qquad \gamma_{0a} = \beta_{ab} N^b \qquad a, b = 1, 2 \ .$$

donde

$$\beta^{ab}\beta_{bc} = \delta^a_c; \qquad \sqrt{-\gamma} = N\sqrt{\beta}, \quad \beta = det\beta_{ab}.$$

- Obtenemos así la acción cuya formulación canónica nos dará lo buscado

$$S(\beta, X, A) = -\frac{1}{2}\int d^3\xi N\sqrt{\beta}\Big(-N^{-2}\dot{X}^m\dot{X}_m + 2N^a N^{-2}\dot{X}^m\partial_a X_m$$
$$+(\beta^{ab} - N^a N^b N^{-2})\partial_a X^m \partial_b X_m - 1 + \frac{1}{2}(\beta^{ac}\beta^{bd} - 2\beta^{ac}N^b N^d N^{-2})F^I_{ab}F^I_{cd}$$
$$-N^{-2}\beta^{ab}F^I_{0a}F^I_{0b} + 2N^{-2}\beta^{ac}N^b F^I_{0a}F^I_{bc}\Big) \qquad m = 0, ..., d-1$$

- Introducimos los momentos canónicos P_m, Π^{Ia} y P_{ab} asociados a X^m, A_a^I y β^{ab} con el álgebra

$$\begin{aligned}
\{X^m(\xi), P_n(\xi')\} &= \delta_n^m \delta^2(\xi - \xi'), \\
\{A_a^I(\xi), \Pi^{Jb}(\xi')\} &= \delta^{IJ}\delta_a^b \delta^2(\xi - \xi') \\
\{\beta^{ab}(\xi), P_{cd}(\xi')\} &= \frac{1}{2}(\delta_c^a \delta_d^b + \delta_c^b \delta_d^a)\delta^2(\xi - \xi')
\end{aligned}$$

- Obtenemos así el Hamiltoniano

$$H = \int d^2\xi \left(\Lambda\Phi + \Lambda^a\Phi_a + A_0^I\varphi^I + \Sigma^{ab}\Omega_{ab}\right)$$

donde Φ, Φ^a, φ^I y Ω_{ab} son los vínculos asociados a las simetrías que se tienen en la formulación.

- Introducimos los momentos canónicos P_m, Π^{Ia} y P_{ab} asociados a X^m, A_a^I y β^{ab} con el álgebra

$$
\begin{aligned}
\{X^m(\xi), P_n(\xi')\} &= \delta_n^m \delta^2(\xi - \xi'), \\
\{A_a^I(\xi), \Pi^{Jb}(\xi')\} &= \delta^{IJ}\delta_a^b \delta^2(\xi - \xi') \\
\{\beta^{ab}(\xi), P_{cd}(\xi')\} &= \frac{1}{2}(\delta_c^a \delta_d^b + \delta_c^b \delta_d^a)\delta^2(\xi - \xi')
\end{aligned}
$$

- Obtenemos así el Hamiltoniano

$$H = \int d^2\xi \left(\Lambda\Phi + \Lambda^a \Phi_a + A_0^I \varphi^I + \Sigma^{ab}\Omega_{ab}\right)$$

donde Φ, Φ^a, φ^I y Ω_{ab} son los vínculos asociados a las simetrías que se tienen en la formulación.

- Los vínculos, que generalizan a los del caso abeliano, son

$$
\begin{aligned}
\Omega_{ab} &\equiv P_{ab} \approx 0 \\
\Phi &\equiv \left(P^m P_m + \Pi^2 + \beta\beta^{ab}\partial_a X^m \partial_b X^m - \beta + f^I f^I\right) \approx 0 \\
\Phi_a &\equiv \left(\partial_a X^m P_m + \Pi^{Ib} F^I_{ab}\right) \approx 0 \\
\varphi^I &\equiv -\left(\mathcal{D}^{IJ}_a \Pi^{Ja}\right) \approx 0
\end{aligned}
$$

donde, $F^I_{ab} \equiv \varepsilon_{ab} f^I, \quad \mathcal{D}^{IJ}_a \equiv \partial_a \delta^{IJ} + f^{IKJ} A^K_a \;, \;\; \Pi^2 \equiv \beta_{ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib}$

- La conservación de los vínculos impone la restricción

$$
\frac{\delta\Phi}{\delta\beta^{ab}} = 0,
$$

que permite determinar β^{ab} en términos de las otras variables canónicas.

- Los vínculos, que generalizan a los del caso abeliano, son

$$
\begin{aligned}
\Omega_{ab} &\equiv P_{ab} \approx 0 \\
\Phi &\equiv \left(P^m P_m + \Pi^2 + \beta\beta^{ab}\partial_a X^m \partial_b X^m - \beta + f^I f^I\right) \approx 0 \\
\Phi_a &\equiv \left(\partial_a X^m P_m + \Pi^{Ib} F^I_{ab}\right) \approx 0 \\
\varphi^I &\equiv -\left(\mathcal{D}^{IJ}_a \Pi^{Ja}\right) \approx 0
\end{aligned}
$$

donde, $F^I_{ab} \equiv \varepsilon_{ab} f^I$, $\quad \mathcal{D}^{IJ}_a \equiv \partial_a \delta^{IJ} + f^{IKJ} A^K_a$, $\Pi^2 \equiv \beta_{ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib}$

- La conservación de los vínculos impone la restricción

$$
\frac{\delta\Phi}{\delta\beta^{ab}} = 0,
$$

que permite determinar β^{ab} en términos de las otras variables canónicas.

- Reduciendo la acción, tenemos sólo vínculos de 1ra clase

Vínculos

Φ_a generadores de los difeomorfismos espaciales en el volumen mundo y no dependen de la métrica, en este sentido es topológico y por ello único
Φ generador de los difeormorfismos temporales, depende de la métrica
φ^I vínculo de Gauss, generador de la simetría $SU(2)$

- El álgebra de los vínculos es

$$\begin{aligned}
\{\Phi(\xi), \Phi(\xi')\} &= \left(C^{ab}\Phi^a(\xi) + C'^{ab}\Phi_a(\xi')\right)\partial_b\delta^2(\xi - \xi') \\
\{\varphi^I(\xi), \varphi'^J(\xi')\} &= f^{IJK}\varphi_K\delta^2(\xi - \xi') \\
\{\Phi_a(\xi'), \Phi_b(\xi')\} &= \Phi_a(\xi')\partial_b\delta^2(\xi - \xi') + \Phi_b(\xi)\partial_a\delta^2(\xi - \xi') - \varepsilon_{ab} f^J\varphi^J(\xi)\delta^2 \\
\{\Phi(\xi), \varphi^I(\xi')\} &= 0, \qquad \{\Phi_a(\xi), \varphi^I(\xi')\} = 0 \\
\{\Phi_a(\xi), \Phi(\xi')\} &= \left(\Phi(\xi) + \Phi(\xi')\right)\partial_a\delta + C_a^I\varphi^I(\xi)\delta^2(\xi - \xi').
\end{aligned}$$

donde $C^{ab} = 4\beta\beta^{ab}$ y C_a^I es función de β_{ab}

- Reduciendo la acción, tenemos sólo vínculos de 1ra clase

Vínculos

Φ_a generadores de los difeomorfismos espaciales en el volumen mundo y no dependen de la métrica, en este sentido es topológico y por ello único

Φ generador de los difeormorfismos temporales, depende de la métrica

φ^I vínculo de Gauss, generador de la simetría $SU(2)$

- El álgebra de los vínculos es

$$
\begin{aligned}
\{\Phi(\xi), \Phi(\xi')\} &= \left(C^{ab}\Phi^a(\xi) + C'^{ab}\Phi_a(\xi')\right)\partial_b\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\varphi^I(\xi), \varphi'^J(\xi')\} &= f^{IJK}\varphi_K\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\Phi_a(\xi'), \Phi_b(\xi')\} &= \Phi_a(\xi')\partial_b\delta^2(\xi-\xi') + \Phi_b(\xi)\partial_a\delta^2(\xi-\xi') - \varepsilon_{ab}f^J\varphi^J(\xi)\delta^2 \\
\{\Phi(\xi), \varphi^I(\xi')\} &= 0, \qquad \{\Phi_a(\xi), \varphi^I(\xi')\} = 0 \\
\{\Phi_a(\xi), \Phi(\xi')\} &= \left(\Phi(\xi) + \Phi(\xi')\right)\partial_a\delta + C_a^I\varphi^I(\xi)\delta^2(\xi-\xi').
\end{aligned}
$$

donde $C^{ab} = 4\beta\beta^{ab}$ y C_a^I es función de β_{ab}

- Reduciendo la acción, tenemos sólo vínculos de 1ra clase

Vínculos

Φ_a generadores de los difeomorfismos espaciales en el volumen mundo y no dependen de la métrica, en este sentido es topológico y por ello único
Φ generador de los difeormorfismos temporales, depende de la métrica
φ^I vínculo de Gauss, generador de la simetría $SU(2)$

- El álgebra de los vínculos es

$$\begin{aligned}
\{\Phi(\xi),\Phi(\xi')\} &= \left(C^{ab}\Phi^a(\xi)+C'^{ab}\Phi_a(\xi')\right)\partial_b\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\varphi^I(\xi),\varphi'^J(\xi')\} &= f^{IJK}\varphi_K\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\Phi_a(\xi'),\Phi_b(\xi')\} &= \Phi_a(\xi')\partial_b\delta^2(\xi-\xi')+\Phi_b(\xi)\partial_a\delta^2(\xi-\xi')-\varepsilon_{ab}f^J\varphi^J(\xi)\delta^2 \\
\{\Phi(\xi),\varphi^I(\xi')\} &= 0, \qquad \{\Phi_a(\xi),\varphi^I(\xi')\}=0 \\
\{\Phi_a(\xi),\Phi(\xi')\} &= \left(\Phi(\xi)+\Phi(\xi')\right)\partial_a\delta+C_a^I\varphi^I(\xi)\delta^2(\xi-\xi').
\end{aligned}$$

donde $C^{ab}=4\beta\beta^{ab}$ y C_a^I es función de β_{ab}

- Reducting la acción, tenemos sólo vínculos de 1ra clase

Vínculos

Φ_a generadores de los difeomorfismos espaciales en el volumen mundo y no dependen de la métrica, en este sentido es topológico y por ello único
Φ generador de los difeormorfismos temporales, depende de la métrica
φ^I vínculo de Gauss, generador de la simetría $SU(2)$

- El álgebra de los vínculos es

$$\begin{aligned}
\{\Phi(\xi),\Phi(\xi')\} &= \left(C^{ab}\Phi^a(\xi)+C'^{ab}\Phi_a(\xi')\right)\partial_b\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\varphi^I(\xi),\varphi'^J(\xi')\} &= f^{IJK}\varphi_K\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\Phi_a(\xi'),\Phi_b(\xi')\} &= \Phi_a(\xi')\partial_b\delta^2(\xi-\xi')+\Phi_b(\xi)\partial_a\delta^2(\xi-\xi')-\varepsilon_{ab}f^J\varphi^J(\xi)\delta^2 \\
\{\Phi(\xi),\varphi^I(\xi')\} &= 0, \qquad \{\Phi_a(\xi),\varphi^I(\xi')\}=0 \\
\{\Phi_a(\xi),\Phi(\xi')\} &= \left(\Phi(\xi)+\Phi(\xi')\right)\partial_a\delta+C^I_a\varphi^I(\xi)\delta^2(\xi-\xi').
\end{aligned}$$

donde $C^{ab}=4\beta\beta^{ab}$ y C^I_a es función de β_{ab}

- Reduciendo la acción, tenemos sólo vínculos de 1ra clase

Vínculos

Φ_a generadores de los difeomorfismos espaciales en el volumen mundo y no dependen de la métrica, en este sentido es topológico y por ello único
Φ generador de los difeormorfismos temporales, depende de la métrica
φ^I vínculo de Gauss, generador de la simetría $SU(2)$

- El álgebra de los vínculos es

$$\begin{aligned}
\{\Phi(\xi), \Phi(\xi')\} &= \left(C^{ab}\Phi^a(\xi) + C'^{ab}\Phi_a(\xi')\right)\partial_b\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\varphi^I(\xi), \varphi'^J(\xi')\} &= f^{IJK}\varphi_K\delta^2(\xi-\xi') \\
\{\Phi_a(\xi'), \Phi_b(\xi')\} &= \Phi_a(\xi')\partial_b\delta^2(\xi-\xi') + \Phi_b(\xi)\partial_a\delta^2(\xi-\xi') - \varepsilon_{ab}f^J\varphi^J(\xi)\delta^2 \\
\{\Phi(\xi), \varphi^I(\xi')\} &= 0, \qquad \{\Phi_a(\xi), \varphi^I(\xi')\} = 0 \\
\{\Phi_a(\xi), \Phi(\xi')\} &= \left(\Phi(\xi) + \Phi(\xi')\right)\partial_a\delta + C^I_a\varphi^I(\xi)\delta^2(\xi-\xi').
\end{aligned}$$

donde $C^{ab} = 4\beta\beta^{ab}$ y C^I_a es función de β_{ab}

Cálculo de β_{ab}

- Buscamos la solución de

$$\frac{\delta\Phi}{\delta\beta^{ab}} = 0,$$

para construir una expresión cerrada de H. Para ello debemos determinar β_{ab}, lo cual hacemos en forma perturbativa en una expansión en términos de los momentos de los campos de calibre.

$$\beta_{ab} = g_{ab} + O_{1ab} + O_{2ab} + ... \quad ,$$

donde $g_{ab} \equiv \partial_a X^m \partial_b X^m$, y O_{nab} son de orden $2n$ en Π^{Ia}.

Observamos que el vínculo Φ depende de β_{ab} a través de β. Nos interesa entonces calcular β en forma perturbativa

En el caso abeliano $O_{1ab} = 0$, $O_{2ab} = 0$, $det\,(\Pi^{\bullet}\Pi^{\bullet}) = 0$

$$\beta = det\,(\partial_{\bullet} X^m \partial_{\bullet} X^m) + \Pi^c \Pi^d \partial_c X^m \partial_d X^m$$

Cálculo de β_{ab}

- Buscamos la solución de
$$\frac{\delta\Phi}{\delta\beta^{ab}} = 0,$$
para construir una expresión cerrada de H. Para ello debemos determinar β_{ab}, lo cual hacemos en forma perturbativa en una expansión en términos de los momentos de los campos de calibre.
$$\beta_{ab} = g_{ab} + O_{1ab} + O_{2ab} + ... \quad ,$$
donde $g_{ab} \equiv \partial_a X^m \partial_b X^m$, y O_{nab} son de orden $2n$ en Π^{Ia}.
Observamos que el vínculo Φ depende de β_{ab} a través de β. Nos interesa entonces calcular β en forma perturbativa
$$\beta = g + g_{ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib} - det\left(\Pi^{I\bullet}\Pi^{I\bullet}\right) + O_{1ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib} + O_{2ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib} + ...$$

En el caso abeliano $O_{1ab} = 0$, $O_{2ab} = 0$, $det\left(\Pi^{\bullet}\Pi^{\bullet}\right) = 0$
$$\beta = det\left(\partial_\bullet X^m \partial_\bullet X^m\right) + \Pi^c\Pi^d\partial_c X^m \partial_d X^m.$$

Cálculo de β_{ab}

- Buscamos la solución de

$$\frac{\delta\Phi}{\delta\beta^{ab}} = 0,$$

para construir una expresión cerrada de H. Para ello debemos determinar β_{ab}, lo cual hacemos en forma perturbativa en una expansión en términos de los momentos de los campos de calibre.

$$\beta_{ab} = g_{ab} + O_{1ab} + O_{2ab} + ... \quad ,$$

donde $g_{ab} \equiv \partial_a X^m \partial_b X^m$, y O_{nab} son de orden $2n$ en Π^{Ia}.
Observamos que el vínculo Φ depende de β_{ab} a través de β. Nos interesa entonces calcular β en forma perturbativa

$$\beta = g + g_{ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib} - det\left(\Pi^{I\bullet}\Pi^{I\bullet}\right) + O_{1ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib} + O_{2ab}\Pi^{Ia}\Pi^{Ib} + ...$$

En el caso abeliano $O_{1ab} = 0$, $O_{2ab} = 0$, $det\left(\Pi^{\bullet}\Pi^{\bullet}\right) = 0$

$$\beta = det\left(\partial_{\bullet} X^m \partial_{\bullet} X^m\right) + \Pi^c\Pi^d\partial_c X^m \partial_d X^m.$$

Reducción covariante a NBI

- Partimos de la acción

$$S = \left\langle P_m \dot{X}^m + \Pi^{Ia} \dot{A}^I_a - H \right\rangle$$

- De las ecuaciones de campo obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{X}^m &= 2P^m \Lambda + \Lambda^a \partial_a X^m \\ \dot{A}^I_a &= \mathcal{D}_a A^I_0 + \Lambda \frac{\delta \beta}{\delta \Pi^{Ia}} + \Lambda^b F^I_{ba} \quad . \end{aligned}$$

- Considerando la clase de soluciones ($g_{ab} = \delta_{ab}$),

$$\begin{aligned} X^0 &= \tau \qquad X^a = \sigma^a \quad a = 1,2 \\ X^m &= 0 \quad P_m = 0 \quad m \geq 3 \end{aligned}$$

resolvemos los vínculos, $\Phi_a = 0$; $\Phi = 0$; $\varphi^I = 0$,

Reducción covariante a NBI

- Partimos de la acción

$$S = \left\langle P_m \dot{X}^m + \Pi^{Ia} \dot{A}^I_a - H \right\rangle$$

- De las ecuaciones de campo obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{X}^m &= 2P^m \Lambda + \Lambda^a \partial_a X^m \\ \dot{A}^I_a &= \mathcal{D}_a A^I_0 + \Lambda \frac{\delta \beta}{\delta \Pi^{Ia}} + \Lambda^b F^I_{ba} \quad . \end{aligned}$$

- Considerando la clase de soluciones ($g_{ab} = \delta_{ab}$),

$$\begin{aligned} X^0 &= \tau \qquad X^a = \sigma^a \quad a = 1, 2 \\ X^m &= 0 \quad P_m = 0 \quad m \geq 3 \end{aligned}$$

resolvemos los vínculos, $\Phi_a = 0$; $\Phi = 0$; $\varphi^I = 0$,

Reducción covariante a NBI

- Partimos de la acción

$$S = \left\langle P_m \dot{X}^m + \Pi^{Ia} \dot{A}^I_a - H \right\rangle$$

- De las ecuaciones de campo obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{X}^m &= 2P^m \Lambda + \Lambda^a \partial_a X^m \\ \dot{A}^I_a &= \mathcal{D}_a A^I_0 + \Lambda \frac{\delta\beta}{\delta\Pi^{Ia}} + \Lambda^b F^I_{ba} \quad . \end{aligned}$$

- Considerando la clase de soluciones ($g_{ab} = \delta_{ab}$),

$$\begin{aligned} X^0 &= \tau \qquad X^a = \sigma^a \quad a = 1, 2 \\ X^m &= 0 \quad P_m = 0 \quad m \geq 3 \end{aligned}$$

resolvemos los vínculos, $\Phi_a = 0$; $\Phi = 0$; $\varphi^I = 0$,

Reducción covariante a NBI

- Obtenemos que

$$S = \left\langle \Pi^{Ia} F^I_{0a} - P^0 \right\rangle$$

donde

$$P^0 = \left(\beta + f^I f^I + f^I f^J \Pi^{Ia} \Pi^{Ja}\right)^{\frac{1}{2}}$$

- Expandimos la acción en potencias de F. Para ello requerimos expresar los Π^{Ia} en términos de los F^I_{0a}.
- Procedemos de manera recursiva, orden a orden.
- Finalmente aplicamos la prescripción de eliminar los términos tipo $[F, F]$ y obtenemos

Lagrangiano 4to orden

$$\begin{aligned} L &= -1 - \frac{1}{2} f^I f^I + \frac{1}{2} F^I_{0a} F^I_{0a} + \frac{1}{8}\left(F^I_{0a} F^I_{0a}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{8}\left(f^I f^I\right)^2 - \frac{1}{4}\left(f^I F^I_{0a}\right)^2 \end{aligned}$$

Reducción covariante a NBI

- Obtenemos que
$$S = \left\langle \Pi^{Ia} F^I_{0a} - P^0 \right\rangle$$
donde
$$P^0 = \left(\beta + f^I f^I + f^I f^J \Pi^{Ia} \Pi^{Ja}\right)^{\frac{1}{2}}$$
- Expandimos la acción en potencias de F. Para ello requerimos expresar los Π^{Ia} en términos de los F^I_{0a}.
- Procedemos de manera recursiva, orden a orden.
- Finalmente aplicamos la prescripción de eliminar los términos tipo $[F, F]$ y obtenemos

Lagrangiano 4to orden

$$\begin{aligned} L &= -1 - \frac{1}{2} f^I f^I + \frac{1}{2} F^I_{0a} F^I_{0a} + \frac{1}{8}\left(F^I_{0a} F^I_{0a}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{8}\left(f^I f^I\right)^2 - \frac{1}{4}\left(f^I F^I_{0a}\right)^2 \end{aligned}$$

Reducción covariante a NBI

- Obtenemos que
$$S = \left\langle \Pi^{Ia} F^I_{0a} - P^0 \right\rangle$$
donde
$$P^0 = \left(\beta + f^I f^I + f^I f^J \Pi^{Ia} \Pi^{Ja}\right)^{\frac{1}{2}}$$
- Expandimos la acción en potencias de F. Para ello requerimos expresar los Π^{Ia} en términos de los F^I_{0a}.
- Procedemos de manera recursiva, orden a orden.
- Finalmente aplicamos la prescripción de eliminar los términos tipo $[F, F]$ y obtenemos

Lagrangiano 4to orden

$$\begin{aligned} L &= -1 - \frac{1}{2} f^I f^I + \frac{1}{2} F^I_{0a} F^I_{0a} + \frac{1}{8}\left(F^I_{0a} F^I_{0a}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{8}\left(f^I f^I\right)^2 - \frac{1}{4}\left(f^I F^I_{0a}\right)^2 \end{aligned}$$

Reducción covariante a NBI

- Obtenemos que
$$S = \left\langle \Pi^{Ia} F^{I}_{0a} - P^{0} \right\rangle$$
donde
$$P^{0} = \left(\beta + f^{I} f^{I} + f^{I} f^{J} \Pi^{Ia} \Pi^{Ja}\right)^{\frac{1}{2}}$$
- Expandimos la acción en potencias de F. Para ello requerimos expresar los Π^{Ia} en términos de los F^{I}_{0a}.
- Procedemos de manera recursiva, orden a orden.
- Finalmente aplicamos la prescripción de eliminar los términos tipo $[F, F]$ y obtenemos

Lagrangiano 4to orden

$$\begin{aligned} L &= -1 - \frac{1}{2} f^{I} f^{I} + \frac{1}{2} F^{I}_{0a} F^{I}_{0a} + \frac{1}{8}\left(F^{I}_{0a} F^{I}_{0a}\right)^{2} \\ &\quad + \frac{1}{8}\left(f^{I} f^{I}\right)^{2} - \frac{1}{4}\left(f^{I} F^{I}_{0a}\right)^{2} \end{aligned}$$

Reducción covariante a NBI

- Obtenemos que
$$S = \left\langle \Pi^{Ia} F^I_{0a} - P^0 \right\rangle$$
donde
$$P^0 = \left(\beta + f^I f^I + f^I f^J \Pi^{Ia} \Pi^{Ja}\right)^{\frac{1}{2}}$$
- Expandimos la acción en potencias de F. Para ello requerimos expresar los Π^{Ia} en términos de los F^I_{0a}.
- Procedemos de manera recursiva, orden a orden.
- Finalmente aplicamos la prescripción de eliminar los términos tipo $[F, F]$ y obtenemos

Lagrangiano 4to orden

$$\begin{aligned} L &= -1 - \frac{1}{2} f^I f^I + \frac{1}{2} F^I_{0a} F^I_{0a} + \frac{1}{8}\left(F^I_{0a} F^I_{0a}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{8}\left(f^I f^I\right)^2 - \frac{1}{4}\left(f^I F^I_{0a}\right)^2 \end{aligned}$$

Reducción covariante a NBI

- El resultado anterior se puede escribir de manera manifiestamente covariante y concuerda con la prescripción de la STr de Tseytlin

Lagrangiano covariante 4to orden

$$L = -1 - \frac{1}{4}F^I_{ij}F^{Iij} + \frac{1}{32}F^I_{ij}F^{Jij}F^I_{kl}F^{Jkl}$$

- El resultado obtenido a sexto orden

Lagrangiano a 6to orden

$$\begin{aligned} L &= -1 - \frac{1}{2}f^I f^I + \frac{1}{2}F^I_{0a}F^I_{0a} + \frac{1}{8}\left(F^I_{0a}F^I_{0a}\right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{8}\left(f^I f^I\right)^2 - \frac{1}{4}\left(f^I F^I_{0a}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(F^I_{0a}F^I_{0a}\right)^3 \\ &\quad - \frac{3}{16}F^I_{0a}F^I_{0a}\left(f^J F^J_{0b}\right)^2 + \frac{3}{16}f^J f^J\left(f^I F^I_{0a}\right)^2 - \frac{1}{16}\left(f^I f^I\right)^3 \end{aligned}$$

Reducción covariante a NBI

- El resultado anterior se puede escribir de manera manifiestamente covariante y concuerda con la prescripción de la STr de Tseytlin

Lagrangiano covariante 4to orden

$$L = -1 - \frac{1}{4} F^I_{ij} F^{Iij} + \frac{1}{32} F^I_{ij} F^{Jij} F^I_{kl} F^{Jkl}$$

- El resultado obtenido a sexto orden

Lagrangiano a 6to orden

$$\begin{aligned} L \;=\; & -1 - \frac{1}{2} f^I f^I + \frac{1}{2} F^I_{0a} F^I_{0a} + \frac{1}{8} \left(F^I_{0a} F^I_{0a} \right)^2 \\ & + \frac{1}{8} \left(f^I f^I \right)^2 - \frac{1}{4} \left(f^I F^I_{0a} \right)^2 + \frac{1}{16} \left(F^I_{0a} F^I_{0a} \right)^3 \\ & - \frac{3}{16} F^I_{0a} F^I_{0a} \left(f^J F^J_{0b} \right)^2 + \frac{3}{16} f^J f^J \left(f^I F^I_{0a} \right)^2 - \frac{1}{16} \left(f^I f^I \right)^3 \end{aligned}$$

Reducción covariante a NBI

- El resultado anterior se puede escribir de manera manifiestamente covariante y concuerda con la prescripción de la STr de Tseytlin

Lagrangiano covariante 4to orden

$$L = -1 - \frac{1}{4} F^I_{ij} F^{Iij} + \frac{1}{32} F^I_{ij} F^{Jij} F^I_{kl} F^{Jkl}$$

- El resultado obtenido a sexto orden

Lagrangiano a 6to orden

$$\begin{aligned} L \;=\; & -1 - \frac{1}{2} f^I f^I + \frac{1}{2} F^I_{0a} F^I_{0a} + \frac{1}{8} \left(F^I_{0a} F^I_{0a} \right)^2 \\ & + \frac{1}{8} \left(f^I f^I \right)^2 - \frac{1}{4} \left(f^I F^I_{0a} \right)^2 + \frac{1}{16} \left(F^I_{0a} F^I_{0a} \right)^3 \\ & - \frac{3}{16} F^I_{0a} F^I_{0a} \left(f^J F^J_{0b} \right)^2 + \frac{3}{16} f^J f^J \left(f^I F^I_{0a} \right)^2 - \frac{1}{16} \left(f^I f^I \right)^3 \end{aligned}$$

Conclusiones

- A partir de la membrana clásica en D=11 se obtiene información cuántica que concuerda hasta el cuarto orden tan solo con el requerimiento de pedir la invariancia bajo difeomorfismos y la simetría bajo $SU(2)$. En este sentido es una formulación única
- No tenemos un argumento para creer que este resultado clásico debe concordar a órdenes superiores y tampoco conocemos resultados a orden 6to con los cuales comparar
- Para obtener información a más alto orden que concuerde con los resultados de teoría de cuerdas pensamos que una posibilidad está en considerar este mismo approach pero haciendo deformaciones cuánticas en el álgebra de los vínculos de 1a clase
- Otra opción es considerar un régimen no conmutativo para las coordenadas X
- Otra alternativa es explorar la generalización de nuestra contribución en el caso supersimétrico y estudiar la simetría-κ

Conclusiones

- A partir de la membrana clásica en D=11 se obtiene información cuántica que concuerda hasta el cuarto orden tan solo con el requerimiento de pedir la invariancia bajo difeomorfismos y la simetría bajo $SU(2)$. En este sentido es una formulación única
- No tenemos un argumento para creer que este resultado clásico debe concordar a órdenes superiores y tampoco conocemos resultados a orden 6to con los cuales comparar
- Para obtener información a más alto orden que concuerde con los resultados de teoría de cuerdas pensamos que una posibilidad está en considerar este mismo approach pero haciendo deformaciones cuánticas en el álgebra de los vínculos de 1a clase
- Otra opción es considerar un régimen no conmutativo para las coordenadas X
- Otra alternativa es explorar la generalización de nuestra contribución en el caso supersimétrico y estudiar la simetría-κ

Conclusiones

- A partir de la membrana clásica en D=11 se obtiene información cuántica que concuerda hasta el cuarto orden tan solo con el requerimiento de pedir la invariancia bajo difeomorfismos y la simetría bajo $SU(2)$. En este sentido es una formulación única
- No tenemos un argumento para creer que este resultado clásico debe concordar a órdenes superiores y tampoco conocemos resultados a orden 6to con los cuales comparar
- Para obtener información a más alto orden que concuerde con los resultados de teoría de cuerdas pensamos que una posibilidad está en considerar este mismo approach pero haciendo deformaciones cuánticas en el álgebra de los vínculos de 1a clase
- Otra opción es considerar un régimen no conmutativo para las coordenadas X
- Otra alternativa es explorar la generalización de nuestra contribución en el caso supersimétrico y estudiar la simetría-κ

Conclusiones

- A partir de la membrana clásica en D=11 se obtiene información cuántica que concuerda hasta el cuarto orden tan solo con el requerimiento de pedir la invariancia bajo difeomorfismos y la simetría bajo $SU(2)$. En este sentido es una formulación única
- No tenemos un argumento para creer que este resultado clásico debe concordar a órdenes superiores y tampoco conocemos resultados a orden 6to con los cuales comparar
- Para obtener información a más alto orden que concuerde con los resultados de teoría de cuerdas pensamos que una posibilidad está en considerar este mismo approach pero haciendo deformaciones cuánticas en el álgebra de los vínculos de 1a clase
- Otra opción es considerar un régimen no conmutativo para las coordenadas X
- Otra alternativa es explorar la generalización de nuestra contribución en el caso supersimétrico y estudiar la simetría-κ

Conclusiones

- A partir de la membrana clásica en D=11 se obtiene información cuántica que concuerda hasta el cuarto orden tan solo con el requerimiento de pedir la invariancia bajo difeomorfismos y la simetría bajo $SU(2)$. En este sentido es una formulación única
- No tenemos un argumento para creer que este resultado clásico debe concordar a órdenes superiores y tampoco conocemos resultados a orden 6to con los cuales comparar
- Para obtener información a más alto orden que concuerde con los resultados de teoría de cuerdas pensamos que una posibilidad está en considerar este mismo approach pero haciendo deformaciones cuánticas en el álgebra de los vínculos de 1a clase
- Otra opción es considerar un régimen no conmutativo para las coordenadas X
- Otra alternativa es explorar la generalización de nuestra contribución en el caso supersimétrico y estudiar la simetría-κ